

## 繰返し囚人のジレンマゲームにおける $1/f$ ゆらぎ

蜷 川 繁<sup>†</sup>

繰返し囚人のジレンマゲームにおいて、遺伝的アルゴリズムを用いて戦略の進化を行わせると、生物進化における絶滅のような種数の急激な減少がおきることが知られている。生物進化において発生した絶滅の規模の分布はべき乗分布をしているが、本研究において発生する絶滅も同様の分布を示した。さらにスペクトル解析によって、種数の変動は  $1/f$  ゆらぎをしていることが分かった。他のジレンマゲームについてもパワースペクトルを求めたところ、一般にジレンマの度合いが強いとされているゲームほど  $1/f$  ゆらぎに近い振舞いを示すことが分かった。

### 1/f Fluctuation in the Iterated Prisoner's Dilemma

SHIGERU NINAGAWA<sup>†</sup>

In the evolution of strategies in the iterated Prisoner's Dilemma, the abrupt extinctions of various sizes happen. We found that the frequency distribution of extinction sizes follows a power law like the one in the real biological evolution and that the temporal variation of the number of species behaves as  $1/f$  fluctuation. By comparison with other dilemma games we suppose that the stronger the degree of dilemma of a game is, the closer to  $1/f$  fluctuation the temporal variation of the number of different strategies becomes.

#### 1. はじめに

囚人のジレンマゲームとは 2 人のプレイヤーがそれぞれ、C(協調), D(裏切り)いずれかの手を同時に出すことにより、表 1 に示す利得表に従って得点が与えられる非協力非ゼロ和 2 人ゲームの 1 つである。ここで表中の  $x, y$  はそれぞれ縦および横のプレイヤーの利得を表す。ただし、 $T > R > P > S, R > (S+T)/2$  である。これを不定回繰り返すゲームを繰返し囚人のジレンマゲーム (Iterated Prisoner's Dilemma, IPD) と呼ぶ<sup>1)</sup>。ここでは  $T = 5, R = 3, P = 1, S = 0$  とする。

これまで IPD の研究においては、Tit for tat<sup>1)</sup> や Pavlov<sup>2)</sup>, Gradual<sup>3)</sup> といった個々の戦略についての研究が中心だったが、本研究では、IPD において進化的計算を用いて戦略を進化させた場合の集団全体の振舞いに着目する。従来、IPD では主に生態学的観点から、各戦略がすべての戦略と対戦する総当たり戦の形式がもっぱら用いられてきた<sup>4)</sup>。しかし、たとえばジレンマ状況にある一対のエージェントが協調して目的

を達成するといった問題のように、総当たり戦よりも 1 対 1 対戦のほうが工学的にはより重要であると思われることから、本研究では主に 1 対 1 対戦の形式をとった。

#### 2. 実験

本研究では遺伝的アルゴリズムを用いて戦略の進化を行わせる。1,000 個体の戦略からなる集団において、各個体に対して自分以外の 1 個体を対戦相手としてランダムに選び、1 対 1 対戦で試合を行わせる。したがって、1 世代において 1,000 試合が行われる。1 試合は 200 回の対戦からなり、戦略間の適合度の差異を際立たせるため、1 試合の合計得点の 2 乗をその戦略の適合度とする。適合度に比例した確率で戦略を選ぶルーレット選択方式で戦略を選択した後、1 点交叉、突然変異を経て次世代の戦略を生成する。戦略は記憶長 3、すなわち、過去 3 手の対戦結果によって次の手を決定するものとする。過去 3 手の対戦結果がとりうる場合の数は  $4^3 = 64$  通りあるので、それぞれの場合にとる C(= 0) または D(= 1) を割り当てるための 64 ビットと最初の 3 手を指定する 3 ビットを加えて戦略の遺伝子型は 67 ビットとなる。戦略の初期集団として D を出す割合が 0~1 にわたり一様なランダム

<sup>†</sup> 金沢工業大学

Kanazawa Institute of Technology

表 1 利得表. 表中の  $x, y$  の  $x, y$  はそれぞれ縦プレイヤーおよび横プレイヤーの利得を表す

Table 1 Payoff table. The first of each pair in matrix entries is the payoff to the row player and the second is to the column player.

	C	D
C	R, R	S, T
D	T, S	P, P

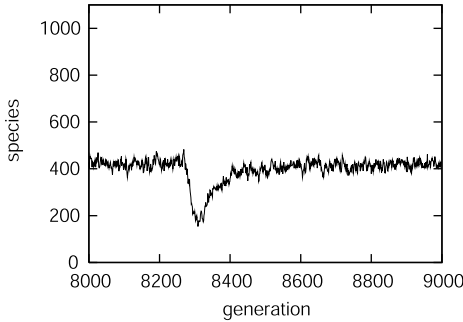


図 1 8,000~9,000 世代にわたる種数

Fig.1 The number of species from 8,000 to 9,000 generation in the evolution of IPD.

分布を用いた. これを 10,000 世代まで計算機によるシミュレーションを行った. このような試行を初期集団を変えて 30 回行った.

交叉確率は 0.1, ビットあたりの突然変異確率は  $30/(67 \times 1000) \approx 0.447 \times 10^{-3}$  とした.

2 つの異なる個体と同じ遺伝子型を持つ場合, それら 2 個体は同じ種に属すると考えることができる. そこで戦略の集団において, 異なる遺伝子型を持つ戦略の数を種数と呼ぶことにする. ほとんどの試行において, 図 1 に示すような突発的な種数の急激な減少と, その後のゆるやかな種数の回復が観測される<sup>5)</sup>. このような現象は, 生物進化においてそれぞれ大量絶滅 (mass extinction) および種分化 (speciation) に相当すると考えられる.

### 3. 絶滅の規模分布と種数のゆらぎ

化石記録からの推定により, 生物進化において発生した絶滅の規模分布が, べき乗分布を示すことが知られているが, そのためのモデルとして, 淘汰圧の分布に依存しない単純なモデル<sup>6)</sup> や自己組織化臨界現象 (self-organized criticality) によるモデル<sup>7)</sup> が提案されている. 2 章で行った 30 回の試行における絶滅の規模の分布を図 2 に示す. ここで, 絶滅の規模とは, 平衡時の安定種数と絶滅時の種数の極小値との差を意味する. ただし, 生物進化で背景絶滅 (background

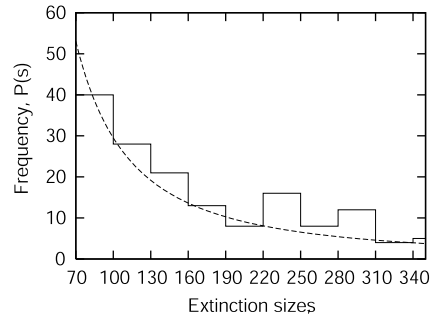


図 2 絶滅の規模  $s$  と発生度数  $P$ . 点線は最小二乗法による  $P \propto s^b$  へのあてはめ.  $b = -1.61$

Fig.2 Histogram of the frequency  $P$  of extinction of various sizes  $s$ . The dotted line represents the least square fitting of the data by  $S \propto s^b$ , where  $b = -1.61$ .

extinction) に相当する小規模の絶滅はつねに発生しているため, 絶滅規模が 70 以上のものについて測定した. これを見ると, 絶滅の規模は, べき乗分布をしていることが分かる. 最小二乗法を用いて絶滅の規模  $s$  と発生度数  $P(s)$  を  $s = 70 \sim 350$  の範囲で  $P \propto s^b$  にあてはめたところ  $b = -1.61$  となった.

絶滅の分布がべき乗則に従うことから, 種数の変動にはスケール不変性が存在することが予想される. そこで次に, 2 章で行った 30 回の試行における種数の変動に対する平均パワースペクトルを求めた (図 3(a)). この結果を見ると, パワー  $S(f)$  は周波数  $f$  に反比例していることが分かる.  $f = 1 \sim 100$  の範囲で最小二乗法で  $S(f) \propto f^b$  と近似したところ  $b = -0.93$  となった. このように, パワーが周波数に反比例するスペクトルを示すゆらぎは 1/f ゆらぎとよばれ, 真空管を流れる電流をはじめ, 半導体等の物理系から, 生体システムにいたる幅広い分野において観測されているが, その発生のメカニズムは明らかにされていない<sup>8)</sup>. 1/f ゆらぎの特徴は, 有限の時定数が存在しないことであり, いい換えると, 時間方向の拡大・縮小に対してゆらぎの様子が変化しないといえる. これは先に求めた絶滅の分布がべき乗則に従うことから首肯できる結果である. ただし, 実際のシミュレーションは有限の世代 (10,000 世代) で行っているため, 時定数がこれよりも長い可能性はある.

### 4. 他のジレンマゲームとの比較

次に, IPD 以外のジレンマゲームについても同様の条件で実験を行った. 表 1 において  $T > R > S > P$  となるゲームはチキン (Chicken) ゲームとよばれている. ここでは  $T = 3, R = 2, S = 1, P = 0$  とし

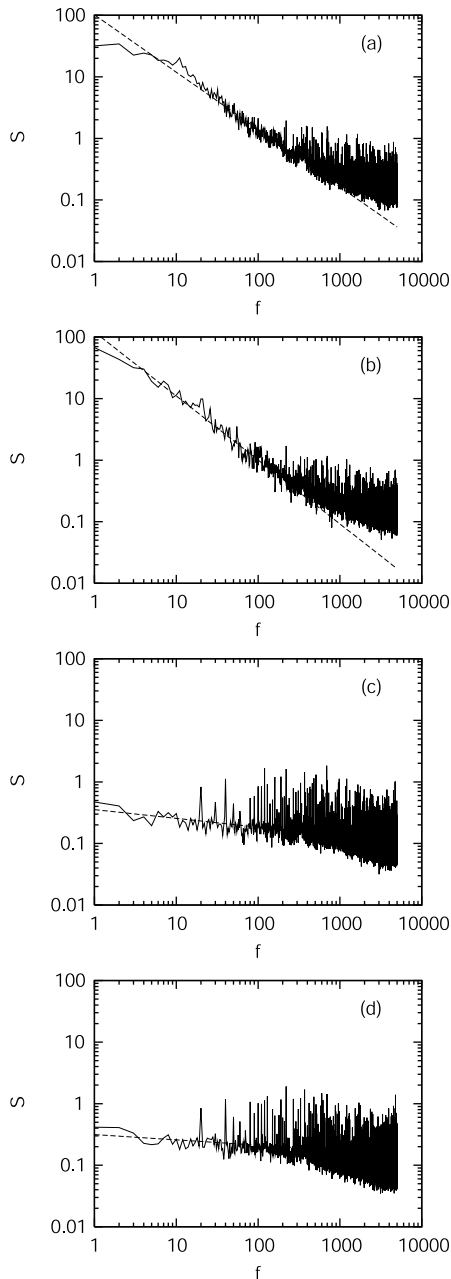


図3 種数の変動の平均パワースペクトル。点線は  $f = 1 \sim 100$  に關して最小二乗法による  $S(f) \propto f^b$  へのあてはめ。(a) 囚人のジレンマ,  $b = -0.93$ , (b) チキンゲーム,  $b = -1.04$ , (c) 鹿狩りゲーム,  $b = -0.14$ , (d) 行き詰まりゲーム,  $b = -0.09$

Fig. 3 Average power spectra on the variation of the number of species in IPD (a), Chicken (b), Stag Hunt (c), and Deadlock (d). The dotted line represents the least square fitting of the data from  $f = 1$  to  $f = 100$  by  $S(f) \propto f^b$ , where  $b = -0.93$  for IPD,  $b = -1.04$  for Chicken,  $b = -0.14$  for Stag Hunt, and  $b = -0.09$  for Deadlock.

た。チキンゲームでは、IPDの場合と同様に大量絶滅とそれに続く種分化が観測された。パワースペクトルは図3(b)であり、 $f = 1 \sim 100$ の範囲で最小二乗法で  $S(f) \propto f^b$  で近似したところ  $b = -1.04$  となり、 $1/f$  ゆらぎをしているといえる。

次に  $R > T > P > S$  となるゲームは鹿狩り(Stag hunt)ゲームとよばれている<sup>9)</sup>。ここでは  $R = 6$ ,  $T = 5$ ,  $P = 1$ ,  $S = 0$  とした。鹿狩りゲームでは種数は安定値の付近でわずかに変動するのみで、大量絶滅は観測されなかった。パワースペクトルは図3(c)であり、 $f = 1 \sim 100$ の範囲で最小二乗法で  $S(f) \propto f^b$  で近似したところ  $b = -0.14$  となった。これはほとんど白色雑音といえる。

最後に  $T > P > R > S$  となるゲームは行き詰まり(Deadlock)ゲームとよばれる<sup>9)</sup>。ここでは  $T = 3$ ,  $P = 2$ ,  $R = 1$ ,  $S = 0$  とした。行き詰まりゲームでも鹿狩りゲームと同様、種数は安定値の付近でわずかに変動するのみで、大量絶滅は観測されなかった。パワースペクトルは図3(d)であり、 $f = 1 \sim 100$ の範囲で最小二乗法で  $S(f) \propto f^b$  で近似したところ  $b = -0.09$  となった。これもほぼ白色雑音である。

## 5. おわりに

IPDの進化シミュレーションを行った結果、絶滅の規模がべき乗分布をし、種数の変動は  $1/f$  ゆらぎをしていることが明らかになった。これらの結果は、IPDにおける種数の変動において長期にわたるスケール不変性が存在することを示している。

なお、本研究では1対1対戦を用いたが、自分以外との総当たり戦の場合でも、種数の変動は  $1/f$  ゆらぎを示した。

また、他のジレンマゲームのパワースペクトルを求めた結果、チキンゲームは  $1/f$  ゆらぎを示すものの、鹿狩りゲームや行き詰まりゲームはむしろ白色雑音に近いゆらぎであることが分かった。IPD、チキン、鹿狩りの各ゲームでは、ほとんどの期間で対戦結果は  $R$  が占め、行き詰まりゲームでは  $P$  が占める。鹿狩りゲームと行き詰まりゲームでは、そのような対戦結果を変えようとする誘引がない(利得が増えない)。一方、IPDやチキンゲームでは  $R$  よりも  $T$  の方が利得が高いため、つねに  $D$  を出そうとする誘引ははたらく。したがって、鹿狩りゲームや行き詰まりゲームに比べて、IPDやチキンゲームはジレンマの度合いが強いといえる。これらの結果から、ゲームのジレンマの度合いと種数の変動のパワースペクトルの傾きには何らかの関係があるのではないかと推測される。ただ

し、ジレンマの度合いを定量的に測る指標は今のところ知られていないため、この点については今後、詳しい研究が必要になるであろう。

### 参 考 文 献

- 1) Axelrod, R.: *The Evolution of Cooperation*, Basic Books, New York (1984). 松田裕之 (訳): つきあい方の科学, ミネルヴァ書房 (1998).
- 2) Nowak, M. and Sigmund, K.: A Strategy of Win-stay, Lose-shift that Outperforms Tit-for-tat in the Prisoner's Dilemma Game, *Nature*, Vol.364, pp.56–58 (1993).
- 3) Beaufils, B., Delahaye, J.P. and Mathieu, P.: Our Meeting with Gradual: A Good Strategy for the Iterated Prisoner's Dilemma, *Artificial Life V*, Langton, C.G. and Shimohara, K. (Eds.), pp.202–209, MIT press, Cambridge (1997).
- 4) Maynard-Smith, J.: *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge University Press, Cambridge (1982). 寺元 英, 梯 正之 (訳): 進化とゲーム理論, 産業図書 (1985).
- 5) 蛭川 繁, 新谷 憲: 繰返し囚人のジレンマゲームにおける断続平衡, 計測自動制御学会論文集, Vol.38, No.7, pp.649–651 (2002).
- 6) Newman, M.E.J.: Self-organized Criticality, Evolution and the Fossil Extinction Record, *Proc. R. Soc. Lond. B*, Vol.263, pp.1605–1610 (1996).
- 7) Solé, R.V., Manrubia, S.C., Benton, M. and Bak, P.: Self-similarity of Extinction Statistics in the Fossil Record, *Nature*, Vol.388, pp.764–767 (1997).
- 8) Keshner, M.S.:  $1/f$  Noise, *Proc. IEEE*, Vol.70, pp.212–218 (1982).
- 9) Poundstone, W.: *Prisoner's Dilemma*, Doubleday, New York (1992). 松浦俊輔 (訳): 囚人のジレンマ, 青土社 (1995).

(平成 15 年 5 月 26 日受付)

(平成 15 年 9 月 5 日採録)



蛭川 繁 (正会員)

1986 年金沢大学理学部物理学科卒業。1988 年富山大学大学院理学研究科修士課程修了。民間企業を経て 1998 年同大学院工学研究科博士後期課程修了。博士 (工学)。同年、明星大学情報学部助手。1999 年金沢工業大学情報工学科講師。2002 年同助教授。複雑系, 人工生命に関する研究に従事。電子情報通信学会, 人工知能学会, 計測自動制御学会各会員。