6Q-3

活性度を考慮したクラスタ構造型Particle Swarm Optimization

松江 健人† 松井 丈弥† 能登 正人† 森住 哲也‡ 木下 宏揚†

†神奈川大学工学部電子情報フロンティア学科
‡ネッツエスアイ東洋株式会社

1 はじめに

近年，最適化問題の解法であるメタヒューリスティクスの一つとして Particle Swarm Optimization (PSO) に関する研究が盛んに行われている [1]．PSO は遺伝的アルゴリズムに代わる手法として 1995 年に J. Kennedy と R. Eberhart によって開発された，鳥や魚などの群としての行動を模倣した最適化手法である．PSO では，複数の探索点（Particle）がそれぞれ位置と速度の情報を持ち，これらの情報を群の中で交換し，最良解の情報を共有しながら探索を行う．

PSO の代表的な情報交換形態として，Gbest モデルと Lbest モデルがある．Gbest モデルは目的関数によっては局所解に捕まりやすいが，解の収束は早い．一方，Lbest モデルは大域的探索能力が高く，局所解に捕まりにくいとされているが，解の収束は遅いという欠点がある．

本研究では，Lbest モデルの解の収束が遅いという欠点の改善と解探索能力のさらなる向上を目的として，PSO の群を複数のクラスタに分割し，さらに各クラスタの活性度を考慮してパラメータを調整する新しい PSO アルゴリズムを提案する．

2 従来手法

2.1 Lbest モデル

Lbest モデルは，各 Particle がこれまでの探索での自身の最良の位置情報（$\boldsymbol{pbest}$）と自身と近傍の Particle から構成されるグループ内のみで共有する最良の位置情報（$\boldsymbol{lbest}$）をもとに探索を行う．各 Particle は式 (1) で速度を更新し，式 (2) で位置を更新する．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = w\boldsymbol{v}_i^k + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k) + c_2\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{lbest}^k - \boldsymbol{x}_i^k) \quad (1)$$

$$\boldsymbol{x}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^k + \boldsymbol{v}_i^{k+1} \quad (2)$$

ここで，$\boldsymbol{v}_i$，$\boldsymbol{x}_i$ は Particle の速度と位置，$i\,(i = 1, 2, \ldots, m)$ は Particle 番号，k は反復回数，w，c_1，c_2 はそれぞれの項に対する重みパラメータ，rand_1，rand_2 は 0〜1 の一様乱数である．

2.2 群の活性度

PSO における探索の状況を定量的に評価できる指標として群の活性度が提案されている．群の活性度 Act^k は，各 Particle が持つ速度の二乗平均として式 (3) により定義される．

$$Act^k = \sqrt{\frac{1}{mn}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(v_{ij}^k)^2} \quad (3)$$

ここで，m は Particle の数，n は問題の次元，v_{ij}^k は k 回目の反復における i 番目の Particle の速度の j 次元要素 $(j = 1, 2, \ldots, n)$ である．群の活性度を用いると探索の発散（活性度が閾値より大きい時）や収束（活性度が閾値より小さい時）を判断する事が可能となる．

3 提案手法

提案手法では，PSO の群を複数のクラスタに分割し，クラスタ内のみで共有する最良の位置情報（$\boldsymbol{lbest}$）だけでなく，群全体で共有する最良の位置情報（$\boldsymbol{gbest}$）も付加する事によってクラスタ間に連携のアナロジーを持たせる．各 Particle は式 (4) で速度を更新し，式 (2) で位置を更新する．

$$\boldsymbol{v}_i^{k+1} = w\boldsymbol{v}_i^k + c_1\mathrm{rand}_1(\boldsymbol{pbest}_i^k - \boldsymbol{x}_i^k) + c_{2d}\mathrm{rand}_2(\boldsymbol{lbest}_d^k - \boldsymbol{x}_i^k) + c_{3d}\mathrm{rand}_3(\boldsymbol{gbest}^k - \boldsymbol{x}_i^k) \quad (4)$$

ここで，$d\,(d = 1, \ldots, D)$ はクラスタ番号，rand_3 は 0〜1 の一様乱数である．また，c_{2d}，c_{3d} はそれぞれの項に対する重みパラメータであり，各クラスタの活性度 Act_d^k を式 (3) で算出し，活性度が閾値 Act_{thd} よりも大きくなったクラスタには $c_{2d} = c_{2\mathrm{div}}$ としてクラスタ内での共有情報を大きく付加し，$c_{3d} = c_{3\mathrm{div}}$ として群全体での共有情報を小さく付加する事で大域的探索を行う．一方，活性度が閾値 Act_{thd} よりも小さくなったクラスタには $c_{2d} = c_{2\mathrm{con}}$ としてクラスタ内での共有情報を小さく付加し，$c_{3d} = c_{3\mathrm{con}}$ として共有情報を大きく付加する事で局所的探索と解の収束を促す．

提案手法のアルゴリズムを以下に示す．

Step 0. [準備] Particle の数 m，クラスタの数 D，重みパラメータ w，c_1，$c_{2\mathrm{div}}$，$c_{2\mathrm{con}}$，$c_{3\mathrm{div}}$，$c_{3\mathrm{con}}$，最大反復回数 $T_{\max}$，クラスタ毎の活性度の閾値 Act_{thd} を与え，$k = 0$ とおく．

Cluster-Structured Particle Swarm Optimization Considering Degree of Activity
Kento Matsue†, Takeya Matsui†, Masato Noto†, Tetsuya Morizumi‡and Hirotsugu Kinoshita†
†Department of Electronics and Informatics Frontiers, Kanagawa University
‡Toyo Networks & System Integration Co., Ltd.

Step 1. [初期化]

1. 群を D 個のクラスタに等分に分割する．
2. 各 Particle の初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ と初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ を与える．初期位置 $\boldsymbol{x}_i^0$ は実行可能領域内にランダムに与え，初期速度 $\boldsymbol{v}_i^0$ はランダムに与える．また，$\boldsymbol{pbest}_i^0 = \boldsymbol{x}_i^0$ とおく．
3. 各クラスタ内において $\boldsymbol{lbest}_d^0 = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^0$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^0)$ である．
4. 群全体において $\boldsymbol{gbest}^0 = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^0$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^0)$ である．

Step 2. [速度の更新]

式 (4) で速度 $\boldsymbol{v}_i^k$ を更新をする．

Step 3. [位置の更新]

式 (2) で位置 $\boldsymbol{x}_i^k$ を更新する．

Step 4. [$\boldsymbol{pbest}$ の更新]

各 Particle の現在の評価値 $f(\boldsymbol{x}_i^{k+1})$ と過去の最良値 $f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ を比較し，$f(\boldsymbol{x}_i^{k+1}) < f(\boldsymbol{pbest}_i^k)$ ならば $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{x}_i^{k+1}$，そうでなければ $\boldsymbol{pbest}_i^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_i^k$ とする．

Step 5. [$\boldsymbol{lbest}$，$\boldsymbol{gbest}$ の更新]

1. 各クラスタ内において $\boldsymbol{lbest}_d^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^{k+1}$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^{k+1})$ である．
2. 群全体において $\boldsymbol{gbest}^{k+1} = \boldsymbol{pbest}_{i_g}^{k+1}$ とおく．ただし，$i_g = \arg\min_i f(\boldsymbol{pbest}_i^{k+1})$ である．

Step 6. [c_{2d}，c_{3d} の更新]

各クラスタの c_{2d}，c_{3d} を更新する．式 (3) で各クラスタの活性度 Act_d^k を算出し，$Act_d^k \geq Act_{\text{thd}}$ ならば $c_{2d} = c_{2\text{div}}$，$c_{3d} = c_{3\text{div}}$ とし，そうでなければ $c_{2d} = c_{2\text{con}}$，$c_{3d} = c_{3\text{con}}$ とする．

Step 7. [終了判定]

$k = T_{\max}$ ならば，最適解を $\boldsymbol{gbest}^{k+1}$，最適値を $f(\boldsymbol{gbest}^{k+1})$ として終了．さもなければ，**Step 2.** へ行く．

4 シミュレーション実験

提案手法の有効性を確かめるために，代表的なベンチマーク問題の一つである式 (5) の 2^nminima 関数を用いてシミュレーション実験を行った（$\boldsymbol{x}^*$ は大域的最適解である）．

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{x}} \quad f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n}(x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i) \\ &\text{subj. to} \quad -5.0 \leq x_i \leq 5.0 \\ &\boldsymbol{x}^* \approx (-2.90, \ldots, -2.90),\ f(\boldsymbol{x}^*) \approx -78n \end{aligned} \tag{5}$$

シミュレーション実験では，問題の次元は $n = 30$，Particle の数は $m = 30$，クラスタの数は $D = 10$，重みパラメータは $w = 0.729$，$c_1 = 1.4955$，$c_{2\text{div}} = 1.4955$，$c_{2\text{con}} = 0.3$，$c_{3\text{div}} = 0.3$，$c_{3\text{con}} = 1.4955$ ，最大反復回数は $T_{\max} = 5000$，活性度の閾値は $Act_{\text{thd}} = Act_{\max d}/4.0$ とした．ここで，$Act_{\max d}$ は $T_{\max}/10$ 回の反復中の各クラスタの活性度の最大値である．

5000 回探索を 100 回試行した場合の最適値の平均値，最良値，最悪値の従来手法との比較結果を表 1 に示す．なお，表中の太字は三つの手法の中で最も良い値を示している．また，最良解の評価値 $f(\boldsymbol{gbest})$ の推移を図 1 にそれぞれ示す．

表 1: シミュレーション結果

	Gbest model	Lbest model	Proposed method
平均値	−2054.2298	−2112.7558	**−2185.9840**
最良値	−2236.8762	−2265.1496	**−2321.6965**
最悪値	−1841.0481	−1925.8684	**−1954.1418**

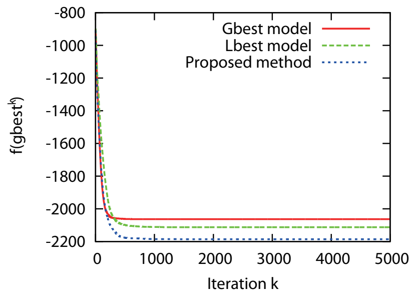

図 1: 最良解の評価値の推移

表 1 より，提案手法の平均値・最良値・最悪値は従来手法と比べて改善しており，提案手法は局所的最適解に捕まりづらく，より大域的最適解を発見しやすい手法だと言える．また，図 1 より，提案手法は従来手法と比べて高い収束性と解探索能力を有していると言える．これらは $\boldsymbol{lbest}$ だけでなく $\boldsymbol{gbest}$ も持つクラスタ構造を用いる事で従来手法より大域的な探索が行え，活性度によってパラメータの与え方を変えた事で解の収束を促したためであると考えられる．

5 おわりに

本研究では PSO の群を複数のクラスタに分割し，クラスタ同士の連携のアナロジーを持たせ，活性度によってパラメータを調整する新しい PSO アルゴリズムを提案した．今後の課題としては，パラメータの再検討，他のベンチマーク問題に適用した場合の提案手法の有効性の検証などが挙げられる．

参考文献

[1] Matsui, T., Noto, M. and Numazawa, M.: A Hybrid Particle Swarm Optimization Considering Acuracy and Diversity of Solutions, *Proc. of the 2010 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 411–416 (2010).