

音波による3次元位置認識手法の 系統誤差低減のための基礎検討

中村 将成^{1,a)} 秋山 尚之² 杉本 雅則¹ 橋爪 宏達³

概要:我々はこれまでに、音波を用いたスマートフォンの屋内3次元位置認識手法を提案した。屋内に設置した複数のスピーカから周波数の異なる音波を同時に送信し、スマートフォンで受信することで、毎秒10回ほどの高速な位置認識が可能であることを確認した。しかし、受信位置によっては、各スピーカから到来した音波の重畳パターンが原因となり、大きな系統誤差が生じることがわかっている。そこで、本稿ではこの系統誤差を除去する手法を提案し、評価実験によってその有効性を確かめた。

1. はじめに

近年のスマートフォンの急激な普及に伴い、スマートフォンを対象とした屋内位置推定手法が広く研究されている。我々は音波を用いた高速・高精度な3次元位置認識の実現を目指している。提案手法は、室内に設置されたスピーカから送信された音響信号をスマートフォン内蔵のマイクロフォンで受信し、伝搬時間 (Time of Flight) を計測することで位置認識を行うものであり、スマートフォンに特別な機器を追加する必要がない。将来的には、ユーザのジェスチャやモーション認識によるコンテキストウェアなアプリケーションに提案手法を応用したいと考えており、そのためには平均二乗誤差 10cm (スマートフォン1台分の大きさ) 以内の精度と毎秒 10 回以上の計測を両立した 3 次元位置認識を達成できることが望ましい [1]。この要求を満たすために、周波数分割多重化位相一致法 (Frequency Division Multiplexing Phase Accordance Method : FDM-PAM) [2] を提案している。

FDM-PAM では単位時間あたりの計測回数 (update rate) を向上させるために、複数のスピーカから周波数の異なる信号を同時に送出する。残響による影響をさけるために、信号長はできるだけ短く (4ms) 設定している。送信信号は 2 つの正弦波からなる“うなり” (sync pattern とよぶ) であるため、各スピーカからの信号が受信機において十分

長重畳すれば、各正弦波が互いに直交して分離可能となり、厳密な信号受信時刻計算が可能となる。しかし、受信機位置によっては各信号が十分に重畳しないため、信号受信時刻計算に誤差が生じ、位置計算に系統誤差が生じることがわかっている。

そこで本稿では、この系統誤差を低減する手法を提案する。提案手法について評価実験を行い、FDM-PAM に比べ距離にして最大 21cm 系統誤差が低減できることを確認した。しかし、FDM-PAM に比べ標準偏差が悪化したため、その考察を行った。

2. 関連研究

Active Bat[3] は、ToA (Time of Arrival) 方式を用いた超音波位置測定システムである。屋内に多数の超音波受信機を取り付け、Bat と呼ばれる超音波送信機の位置を推定する。Cricket[4] では、屋内に送信機を設置し受信機の位置を推定する。このシステムは、AoA (Angle of Arrival) によりターゲットの角度を計測する Cricket Compass[5] に拡張されている。角度計測における 2π 周期のあいまい性回避のため、5 つの超音波受信素子を受信機に L 字型に実装している。

音響信号による位置認識システムでは、周波数チャープ信号を使用する例が多い。チャープ信号で周波数スキャンを高速化すると FM (Frequency Modulation) による側波帯が生じ、信号の送出を困難にする。そのためチャープ信号を使用して高精度と短時間計測を同時に達成するのは難しい。ASSIST[6] は、スマートフォンからチャープ信号を送信し、TDoA 方式を用いて 2 次元位置を計算する。屋内に設置したマイクが利用できない時は、スマートフォン

¹ 北海道大学
Hokkaido University

² 総合研究大学院大学
The Graduate University for Advanced Studies

³ 国立情報学研究所
National Institute of Informatics

a) masanari@main.ist.hokudai.ac.jp

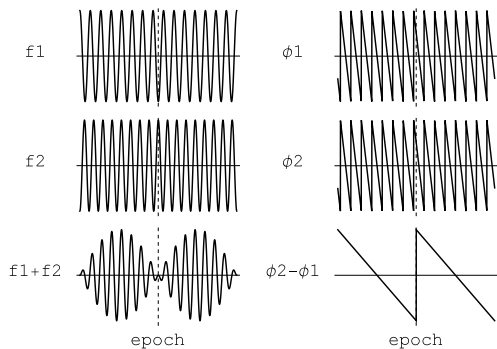


図 1 2 周期分の sync pattern と epoch 点
Fig. 1 2 period sync pattern and epoch

内蔵の加速度センサーとカルマンフィルターを用いて位置計測を行う。実験での誤差は 30cm 以内であった。人が聞き取りにくい 15kHz から 20kHz の帯域においても、スピーカの過渡応答などによりノイズが聞こえる場合がある。Lazik[7] らはチャープ信号にフェードインとフェードアウトを施すことで、この問題を解決する方法を提案している。

3. 提案手法

3.1 周波数分割多重化位相一致法

位置認識を高速に行うためには、1 回あたりの計測をできるだけ短くする必要があり、そのためには信号長は十分短くしたい。そのために著者らは、位相一致法 (Phase Accordance Method : PAM)[8] と呼ばれる受信時刻検出手法を拡張した周波数分割多重化位相一致法 (FDM-PAM) を提案している。PAM については [8] で、FDM-PAM については [2][9] で詳述されているが、提案手法の説明のため必要最低限の事項についてここで述べる。

FDM-PAM では、周波数の異なる 2 つの搬送波を重ね合わせたビート (sync pattern, 図 1) を信号として用いる。sync pattern は式 (1) のように表せる。

$$\begin{aligned} s(t) &= a_1 \sin(2\pi f_1 t) + a_2 \sin(2\pi f_2 t) \\ &= a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \sin(\omega_2 t) \end{aligned} \quad (1)$$

2 つの搬送波の位相 ϕ_1, ϕ_2 は sync pattern の中で高速に変化するが、位相差はビートの範囲で $-\pi$ から π へと緩やかに変化する (図 1)。そしてその中心には位相差 $\phi_2 - \phi_1$ が 0 となる点 (epoch 点) が単ビートに唯一存在する。この点を受信時刻基準として用いる。

搬送波位相 ϕ_1, ϕ_2 の計算は次のように行う。まず、受信波形等を関数空間のベクトルとみなし、その内積を次式の積分で定義する。

$$\langle f(t), g(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \overline{g(t)} dt \quad (2)$$

ただし、 $\overline{g(t)}$ は $g(t)$ の複素共役、積分時間 T は受信機の

観測時間窓である。時間軸の幅 T をビート長と一致させると、受信アルゴリズムは OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) で使用されるものと同様になる。しかしビート両端は振幅も小さくトランスジューサの過渡応答も含まれるため、以下のようにそこを避けた任意の窓幅を使うこともできる。

受信した sync pattern $s(t)$ から搬送波位相 ϕ_1 を求める計算は次のようになる。複素正弦波 $e^{j\omega_1 t}$ と $s(t)$ の内積を計算すると、

$$\begin{aligned} &\langle s(t), e^{j\omega_1 t} \rangle \\ &= \frac{1}{2j} (a_1 (e^{j\phi_1} - e^{-j\phi_1} \text{sinc } \omega_1 T) \\ &\quad + a_2 (e^{j\phi_2} \text{sinc } \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} T - e^{-j\phi_2} \text{sinc } \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} T)) \end{aligned}$$

となる [8]。ここで j は虚数単位、 $\text{sinc } x = \sin x/x$ は標準化関数であり、 $\omega_1 = 2\pi f_1$ 、 $\omega_2 = 2\pi f_2$ である。標準化関数は $x \rightarrow \infty$ において $\text{sinc}(x) = 0$ であり、提案手法で使用する sync pattern の周波数は 14kHz 以上と十分大きいことから、

$$\langle s(t), e^{j\omega_1 t} \rangle \approx \frac{1}{2j} (a_1 e^{j\phi_1} + a_2 e^{j\phi_2} \text{sinc } \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} T) \quad (3)$$

と近似できる。位相 ϕ_1 を得るには、未知数 ϕ_2 を含む項を消去する必要がある。そのためには、搬送波の周波数差を Δf 、自然数を n とおくと、次の条件を満たせばよい。

$$\Delta f \times T = n \quad (4)$$

これは sync pattern をなす搬送波の直交条件であり、この条件を満たすように周波数と観測時間窓 T を選ぶことで、式 (3) は

$$\langle s(t), e^{j\omega_1 t} \rangle \approx \frac{1}{2j} a_1 e^{j\phi_1} \quad (5)$$

となり、位相 ϕ_1 を求めることができる。受信信号 $s(t)$ と複素正弦波 $e^{j\omega_2 t}$ の内積を計算することで、 ϕ_2 も同様に求めることができる。

観測時間窓長と搬送波の周波数差は、計測を高速化したという要求と SN 比の良い帯域を使いたいという要求からそれぞれ 2ms, 500Hz とする。また、ビート両端の使用を避けるために sync pattern の信号長を観測時間窓長の 2 倍の 4ms (うなり 2 つ分) に設定する (図 1)。式 (5) から得られる位相 ϕ_1, ϕ_2 を用いて、epoch 点を以下のように計算する。

$$t = -\frac{\phi_1 - \phi_2 - \pi}{\omega_1 - \omega_2} = -\frac{\phi_1 - \phi_2 - \pi}{2\pi(f_1 - f_2)} \quad (6)$$

FDM-PAM では、計測を高速に行うためにスピーカごとに異なる周波数の sync pattern を割り当て、全て同時に送信する (周波数分割多重化)。搬送波周波数には 14.75,

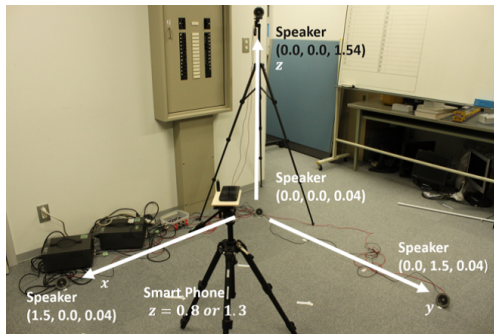


図 2 実験環境

Fig. 2 Experimental environment

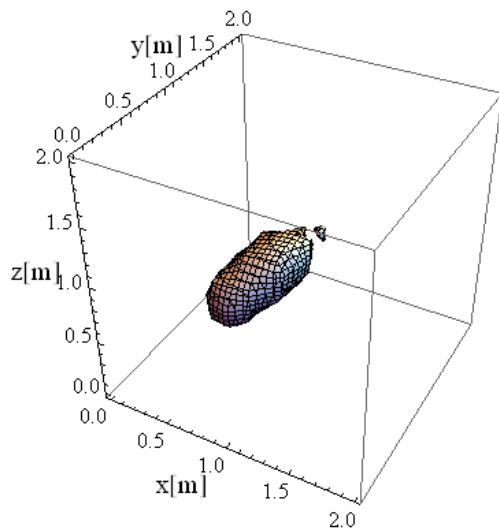


図 3 単一の観測時間窓で測位可能な範囲

Fig. 3 Cover area with a single square window

15.25, 15.75, ..., 18.25kHz を用いる. 各搬送波の周波数差は 500Hz の定数倍になっているので, 搬送波が 2ms 以上重畳していれば, その部分に 2ms の観測時間窓をかけることで直交条件 (4) を満たすことができる. よって, 複数の sync pattern を同時に受信した場合, 重畳部分の長さが 2ms 以上あれば厳密に分離することができ, それぞれの sync pattern の epoch を正確に計算することができる.

3.1.1 重畳パターンと計算誤差

単一の観測時間窓内で全ての sync pattern が重畳して観測されるためには, 各送信機からの sync pattern の受信時刻の差が 1ms 以内になる範囲に受信機を設置しなければならない. 4 台のスピーカを図 2 のように配置した場合, 受信機を測位できる範囲は図 3 のようになり, 非常に狭い範囲でしか測位できないことがわかる. そこで FDM-PAM の実装では, sync pattern 毎のそれぞれの中心付近に観測窓を設定することでこの問題を回避していた. しかしこの場合, 受信位置によっては, 図 4 のように sync pattern A の中心付近の観測時間窓内で, sync pattern B の信号端が重畳し, 重畳部分が $T' (< T)$ となることがある. この場

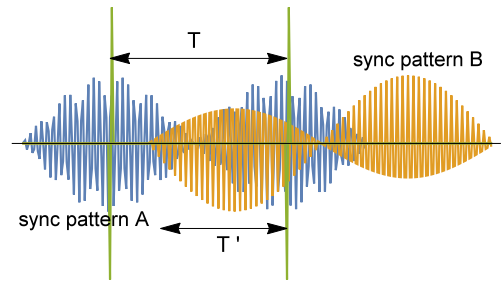


図 4 重畳が不十分な観測時間窓

Fig. 4 Insufficient overlapped sync patterns in a square window

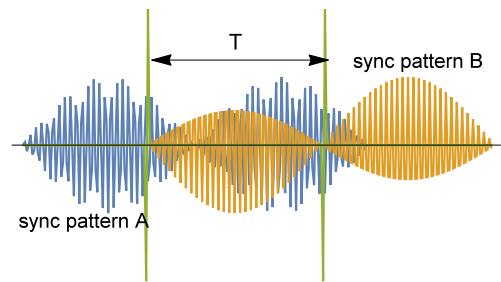


図 5 十分に重畳した場合

Fig. 5 Sufficient overlapped sync patterns in a square window

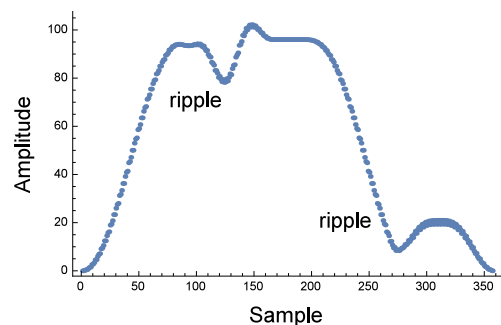


図 6 信号端重畳検出

Fig. 6 Detection of overlapped signal edge

合, 式 (4) の直交条件を満たさないので, sync pattern A の epoch 点計算に誤差が生じることがわかっている.

そこで本稿では, sync pattern B が T 以上重なった部分を検出し, この部分に sync pattern A の観測時間窓をかけることを考える (図 5). この検出には次のような特徴を用いる. 図 5 の信号に対し, sync pattern A をなす搬送波の角周波数 ω_a, ω_b をもつ 2ms の複素正弦波 $e^{j\omega_a t}, e^{j\omega_b t}$ でそれぞれ畳み込みを行なって振幅を計算し, その和をプロットすると, 図 6 のようになる. sync pattern B の両端が重畳している部分でリップルが生じていることがわかる. よって, リップルが生じる部分を避けて観測時間窓を設定することで, 信号端の重畳による誤差を回避する.

3次元位置認識においては 4 つの sync pattern を用いるため, 1 つの sync pattern に 3 つの sync pattern が重畳

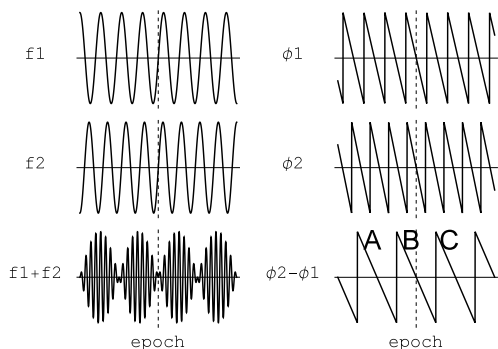


図 7 4 周期分の sync pattern と epoch 点
Fig. 7 4 period sync pattern and epoch

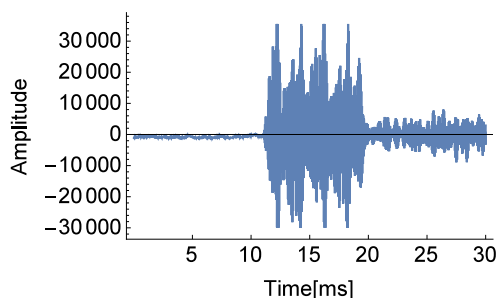


図 8 受信信号
Fig. 8 Received signal

する。図 4 でみたように、sync pattern B の信号端を含むように観測時間窓をかけると、重畳が不十分となり sync pattern A の受信時刻計算に誤差が生じる。信号端が 1 つ重畳したとき、その前後 2ms での観測時間窓は信号端を含み、計算誤差が生じる。よって、1 つの sync pattern に 3 つの sync pattern が重畳するとき、最大 $2\text{ms} \times 3 = 6\text{ms}$ の範囲で誤差が生じることとなり、sync pattern の信号長が 4ms では不足となる場合が想定される。そこで、提案手法では信号長を 8ms に設定する (図 7)。

信号長を伸長することで、計測環境によっては信号後方に残響が重畳することが考えられる。しかし、残響が重畳した場合もリップルが発生するため、残響重畳部分の使用は回避されるものと考えられる。

信号長を長くすると、sync pattern の位相差に冗長性が生じ、観測時間窓から計算した位相差情報のみでは図 7 の位相差直線 A, B, C のうちのどの直線上の位相差値なのかを判別できず、受信時刻を計算できない。そこで、信号端位置を検出することで、sync pattern における観測時間窓の位置を決定する。

提案アルゴリズムについて詳細に述べる。以下ではサンプリング周波数を $f_s = 48\text{kHz}$ とする。まず、受信信号に送信信号の畳み込みを行って sync pattern の概算位置を特定し、概算位置の周辺 30ms を切り出す (図 8)。図 8 の信号はスマートフォンの内蔵マイクローフォンを用いて分解能 16bit で録音したものである。この信号 $r(n)$ に対し、2ms

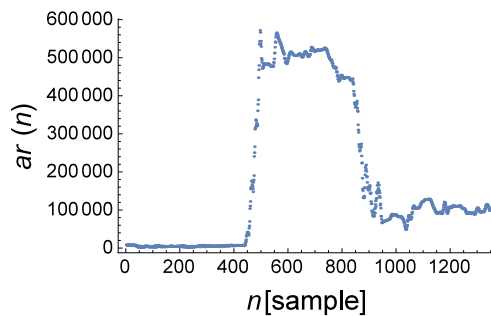


図 9 振幅の和
Fig. 9 Sum of amplitude

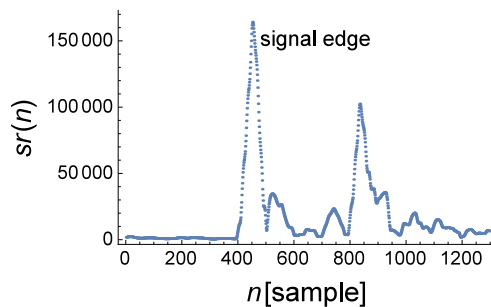


図 10 信号端の検出
Fig. 10 Detection of signal edge

の複素正弦波 $e^{j\omega_1 t}$, $e^{j\omega_2 t}$ で畳み込みを行い、それぞれの振幅の和 $ar(n)$ を計算する (図 9)。

$$ar(n) = \left| \sum_{k=0}^{N-1} r(n+k)e^{j\omega_1 k/f_s} \right| + \left| \sum_{k=0}^{N-1} r(n+k)e^{j\omega_2 k/f_s} \right| \quad (7)$$

ここで N は、 $N = 48000 \times 0.002 = 96$ である。

振幅の和 $ar(n)$ の先頭から 1ms ごとに切り出し、各 1ms での標準偏差 $sr(n)$ を計算する (図 10)。

$$sr(n) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} (ar(n+k) - \text{mean}(n))^2} \quad (8)$$

ただし、

$$\text{mean}(n) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} ar(n+k) \quad (9)$$

とする。また、 $M = 48000 \times 0.001 = 48$ である。振幅の和の値は信号端の前後で急激に増加するため、図 10 において、信号端にあたる位置にピークが立つ。この位置を信号端位置とする。

続いて、観測時間窓の位置を決定する。信号端が重畳している部分はリップルが発生し標準偏差が大きくなるので、信号端から 8ms 以内の位置で、標準偏差 $sr(n)$ が最も小さくなる箇所の位相差に観測時間窓をかけ、位相差を計算する (この位相差を参照位相差とよぶ)。

信号端位置と参照位相差を用いて、参照位相差が図 7 のどの位相差直線上に存在するかを計算し、sync pattern 内の参照位相差の位置を決定する。このとき、信号端位置

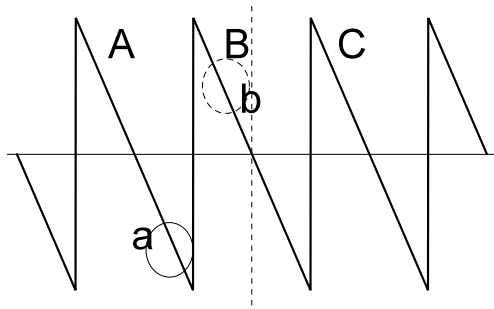


図 11 参照位相差の位置

Fig. 11 Position of reference phase difference

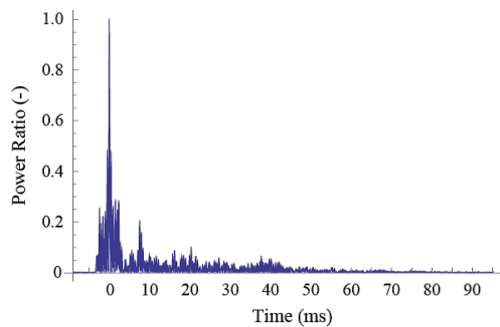


図 12 残響

Fig. 12 Reverberation

が正確でないことから、参照位相差の位置に誤差が生じることがある。例えば、図 11 において参照位相差位置が a であるときに、信号端から計算される位置が b となってしまうことがある。しかし、誤った位置 b の位相差と参照位相差が大きく異なるので、この誤りを検知しを修正することができる。

最後に、参照位相差位置から信号中心を計算することで、信号の受信時刻を決定する。

3.2 単位時間あたりの計測回数

1 回の計測に必要な時間について検討する。音響信号は壁や天井で反射する(残響)。直接波と反射波が同時に受信されると、マルチパス障害により計測精度が悪化する。よって連続した計測では残響が十分に減衰するのを待つ必要がある。図 12 は、縦 3.5m、横 7.3m、高さ 2.8m の部屋での残響の一例を示しており、100ms で十分残響による障害が抑制されることがわかる。よって、提案手法では毎秒 10 回程度の計測が可能であると考えられる。

4. 評価実験

4.1 実験設定

提案手法の有効性を確認するために、FDM-PAM と提案手法のそれぞれで 3 次元位置認識実験を行い、精度を比較した。FDM-PAM では 4ms の sync pattern (図 1) を、提案手法では 8ms の sync pattern (図 7) をそれぞれ用いた。スピーカ 4 台を図 2 のように配置した。送信

表 1 平均值 [単位:m]

Table 1 Means[m]

計測位置	FDM-PAM	提案手法
(1.0, 1.0, 0.8)	(1.06, 1.02, 0.79)	(1.06, 1.02, 0.83)
(1.0, 2.0, 0.8)	(1.01, 1.85, 0.75)	(1.00, 1.90, 0.79)
(2.0, 1.0, 0.8)	(1.94, 0.96, 0.81)	(1.92, 0.93, 0.81)
(2.0, 2.0, 0.8)	(1.79, 1.75, 0.86)	(1.97, 1.89, 0.76)

表 2 標準偏差 [単位:m]

Table 2 Standard deviations[m]

計測位置	FDM-PAM	提案手法
(1.0, 1.0, 0.8)	(0.003, 0.002, 0.002)	(0.006, 0.006, 0.017)
(1.0, 2.0, 0.8)	(0.003, 0.004, 0.003)	(0.033, 0.060, 0.025)
(2.0, 1.0, 0.8)	(0.004, 0.002, 0.002)	(0.030, 0.013, 0.013)
(2.0, 2.0, 0.8)	(0.011, 0.008, 0.008)	(0.056, 0.035, 0.009)

表 3 系統誤差 [単位:m]

Table 3 Systematic errors[m]

計測位置	FDM-PAM	提案手法
(1.0, 1.0, 0.8)	0.07	0.07
(1.0, 2.0, 0.8)	0.15	0.09
(2.0, 1.0, 0.8)	0.06	0.10
(2.0, 2.0, 0.8)	0.32	0.11

スピーカには Fostex 社の FT200D を、スマートフォンには富士通社の Arrows X F-02E を、信号生成器として NF 回路設計ブロック社の WF1948 を、スピーカ駆動には自作のアンプをそれぞれ使用した。位置計算は PC 上で行った。スピーカの放射角度を有効に使うために、床に置いたスピーカは 26 度傾けて設置し(図 2)、各スピーカからの放射角が ± 45 度となる範囲の 4 点 $(x, y, z) = (1.0, 1.0, 0.8), (1.0, 2.0, 0.8), (2.0, 1.0, 0.8), (2.0, 2.0, 0.8)$ で計測を行った。スマートフォンは三脚に固定し、スマートフォンの向きは x 軸に対して 45 度となるように設定した。各位置で 100 回連続して計測し、その平均値と標準偏差を計算した。室温は 27 度であり、それに応じた音速で実験を評価した。本実験での計測速度は機器のパラメータ設定の関係上、毎秒 7.8 回とした。録音時のサンプリングレートは 48kHz に設定した。

4.2 実験結果

評価実験の結果は表 1, 2, 3 のようになった。系統誤差は、100 回連続して行った計測の平均値と真値との距離とする。位置 $(x, y, z) = (1.0, 1.0, 0.8), (1.0, 2.0, 0.8), (2.0, 1.0, 0.8)$ では、FDM-PAM と既存手法の系統誤差に大きな差はないが、位置 $(x, y, z) = (2.0, 2.0, 0.8)$ では距離にして 21cm 系統誤差が低減している。信号端重量による受信時刻誤差の影響は $(2.0, 2.0, 0.8)$ で最も大きいことがわかっており [9][10]、提案手法によって系統誤差が小さくなったとい

える。標準偏差については FDM-PAM に比べ最大 15 倍ほど悪化している。しかしながら、その値は最大でも 6cm であり、本手法をモーション認識等へ応用する場合においては十分小さいものと考えられる。

5. 考察

提案手法によって誤差は最大 21cm 改善したものの、標準偏差が最大 15 倍悪化した。この点について考察する。

評価実験での連続 100 回の位置計算において、参照位相差として位相差直線 A 上の値が選択されたものと、B 上の値が選択されたものが存在した。本稿での設定における位相差の変化速度は $2\pi/2\text{ms}$ であるため、位相差直線 A 上にある参照位相差から受信時刻を求めるには、式 (6) に 2ms を加えればよい。しかし、受信波形の一部では $2\pi/2\text{ms}$ よりも早い位相差の変化速度が観測された。よって、連続 100 回の計測のうち位相差直線 A 上の参照位相差と位相差直線 B 上の参照位相差で受信時刻に差が生じ、標準偏差が悪化したものと考えられる。これはスピーカとマイクロフォンの過渡応答の影響と考えている。

6. むすび

本稿では、著者らが提案している高速・高精度 3 次元位置認識手法である FDM-PAM について、系統誤差を低減する手法を提案した。評価実験から、提案手法では系統誤差を最大 21cm 低減できることを確認した。しかし、標準偏差は約 15 倍悪化することがわかり、その原因について考察した。今後は sync pattern の位相差の変化速度についてさらなる検証を行い、提案手法の標準偏差の改善を行う予定である。

参考文献

- [1] Yatani, K., Tamura, K., Hiroki, K., Sugimoto, M. and Hashizume, H.: Toss-It : Intuitive Information Transfer Techniques for Mobile Devices Using Toss and Swing Actions, *IEICE transactions on information and systems*, Vol. 89, No. 1, pp. 150–157 (online), available from <http://ci.nii.ac.jp/naid/110003485936/> (2006).
- [2] Akiyama, T., Nakamura, M., Sugimoto, M. and Hashizume, H.: Smart phone localization method using dual-carrier acoustic waves, *Proceedings of the 2013 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, pp. 1–9 (online), DOI: 10.1109/IPIN.2013.6817879 (2013).
- [3] Ward, A., Jones, A. and Hopper, A.: A new location technique for the active office, *Personal Communications, IEEE*, Vol. 4, No. 5, pp. 42–47 (online), DOI: 10.1109/98.626982 (1997).
- [4] Priyantha, N. B., Chakraborty, A. and Balakrishnan, H.: The Cricket Location-support System, *Proceedings of the 6th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, MobiCom '00, ACM, pp. 32–43 (online), DOI: 10.1145/345910.345917 (2000).
- [5] Priyantha, N. B., Miu, A. K., Balakrishnan, H. and Teller, S.: The Cricket Compass for Context-aware Mo-

- bile Applications, *Proceedings of the 7th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking*, MobiCom '01, ACM, pp. 1–14 (online), DOI: 10.1145/381677.381679 (2001).
- [6] Hoflinger, F., Zhang, R., Hoppe, J., Bannoura, A., Reindl, L., Wendeberg, J., Buhner, M. and Schindelhauer, C.: Acoustic Self-calibrating System for Indoor Smartphone Tracking (ASSIST), *Proceedings of the 2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, pp. 1–9 (online), DOI: 10.1109/IPIN.2012.6418877 (2012).
- [7] Lazik, P. and Rowe, A.: Indoor Pseudo-ranging of Mobile Devices Using Ultrasonic Chirps, *Proceedings of the 10th ACM Conference on Embedded Network Sensor Systems*, SenSys '12, ACM, pp. 391–392 (online), DOI: 10.1145/2426656.2426724 (2012).
- [8] 橋爪宏達, 金子 歩, 杉本雅則: 位相一致法による正確な超音波位置認識手法とその特性, *電子情報通信学会論文誌. A, 基礎・境界*, Vol. 91, No. 4, pp. 435–447 (オンライン), 入手先 (<http://ci.nii.ac.jp/naid/110007382219/>) (2008).
- [9] Nakamura, M., Akiyama, T., Sugimoto, M. and Hashizume, H.: 3D FDM-PAM: Rapid and Precise Indoor 3D Localization Using Acoustic Signal for Smartphone, *Proceedings of the 2014 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing: Adjunct Publication*, UbiComp '14 Adjunct, ACM, pp. 123–126 (online), DOI: 10.1145/2638728.2638758 (2014).
- [10] Bard, J. and Ham, F.: Time difference of arrival dilution of precision and applications, *Signal Processing, IEEE Transactions on*, Vol. 47, No. 2, pp. 521–523 (online), DOI: 10.1109/78.740135 (1999).