

ハミング距離に基づく遷移確率を用いた PSO によるグラフ色塗り問題の解法

青木 拓也[†] 狩野 均[‡]筑波大学 情報科学類[†] 筑波大学 システム情報系[‡]

1. はじめに

Particle Swarm Optimization(PSO)は鳥の群れの行動をモデルとした多点探索手法である。PSO は関数最適化問題に適した手法だが、制約充足問題へ適用するには離散変数の扱いが問題となる。従来、PSO を制約充足問題の一つであるグラフ色塗り問題へ適用する手法がいくつか提案されている[1][2]。陳らはPSOに遷移確率を用いて離散値問題に適用することができた[2]。

本研究は、ハミング距離に基づいた遷移確率を導入することで正解率を向上させる手法を提案する。また、グラフ色塗り問題を対象として評価実験を行い、本手法の有効性を評価する。

2. 基礎事項

2.1 グラフ色塗り問題

グラフ色塗り問題とは、与えられたグラフに対して、辺で繋がれた頂点が同じ色にならないようにすべての頂点に色を塗る問題である。この問題は NP 完全であり、制約充足アルゴリズムの性能を評価するために用いられている。本研究では、辺の数 m を頂点の数 n で割ったものを制約密度 $d (= m/n)$ と定義し、この指標を用いて問題の難易度を分類する。

2.2 解のコード化

本手法では解候補を一次元配列として表現する。使用する色を赤、青、緑の三色とし、赤は 0、青は 1、緑は 2 に対応させ、各頂点はいずれかの値をとるものとする。例えば頂点数 4 のグラフの場合、解候補の一つは図 1 のように表される。

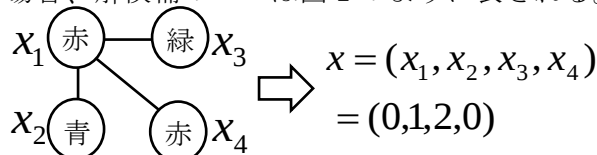


図 1 解のコード化の例

2.3 通常の PSO の動作原理

通常の連続変数を対象とした PSO は次に示す速度と位置の更新式で構造化されており、探索個体の個別情報と群れ全体の共通情報に基づいて探索していく。PSO の探索個体は群れ全体の最良解の位置情報を共有しているので、ある探索個体が最適解に近づくと、他の探索個体もその最適解に近づく。

速度の更新式：

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1r_1(pb_{est}_i^k - x_i) + c_2r_2(gbest^k - x_i)$$

位置の更新式：

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}$$

i : 探索個体の番号

k : 現在の探索回数

w : 慣性力パラメータ

c_1 : 探索個体自身の最良解の位置へ戻ろうとする力の大きさを表すパラメータ

c_2 : 群れ全体の最良解の位置へ近づこうとする力の大きさを表すパラメータ

r_1, r_2 : $[0,1]$ の一様乱数

v_i^k : k 回目の探索での i 番目の探索個体の速度

x_i^k : k 回目の探索での i 番目の探索個体の位置

$pb_{est}_i^k$: k 回目の探索での i 番目の探索個体自身の最良解の位置

$gbest^k$: k 回目の探索での群れ全体の最良解の位置

3. 提案手法

3.1 アルゴリズム

Step1 : PSO の個体をランダムに初期化する。

Step2 : 各個体に対して計算した適応度により

$pb_{est}_i^k$ と $gbest^k$ を求め、次節で示す遷移確率から次の状態を決める。

Step3 : 終了条件を満たさないなら Step2 に戻る。終了条件を満たしたら、これまでに得られた最良解を出力する。

PSO Algorithm with Transition Probability Based on Hamming Distance for Solving Planar Graph Coloring Problem

[†] Takuya Aoki

[†] College of Information Science, University of Tsukuba

[‡] Hitoshi Kanoh

[‡] Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

3.2 遷移確率

遷移確率 P_i^a を以下のように定義する。なお、 $H(x, y)$ は x, y 間のハミング距離を表すとする。

$$z_i^1 = w(1 - \frac{H(x_i^k, x_i^{k-1})}{n})$$

$$z_i^2 = c_1 r_1 (1 - \frac{H(x_i^k, pbest_i^k)}{n})$$

$$z_i^3 = c_2 r_2 (1 - \frac{H(x_i^k, gbest^k)}{n})$$

$$P_i^a = \frac{z_i^a}{\sum_{b=1}^3 z_i^b}$$

そして、 k 回目の探索での i 番目の個体の j 番目の成分 x_{ij}^k に対し、以下の操作を行う。

- 確率 P_i^1 で x_{ij}^k の色をランダムな色に置換
- 確率 P_i^2 で x_{ij}^k の色を $pbest_{ij}^k$ の色に置換
- 確率 P_i^3 で x_{ij}^k の色を $gbest_j^k$ の色に置換

4. 比較実験

4.1 実験条件

本手法、従来の遷移確率を用いたPSO[2]、GAでそれぞれ100回ずつグラフ色塗り問題を解き、解を発見できた回数(正解数)を比較した。表1に実験条件を示す。なおパラメータは予備実験で最適化を行った。また、GAはエリート保存なし、線形スケージング、ルーレット選択、一様交叉で行った。

表1 実験条件

	本手法	従来手法	GA
個体数	10	10	50
世代数	10万	10万	2万
w	0.05	0.02	N/A
c_1	3.0	2.5	N/A
c_2	0.008	1.0	N/A
突然変異率	N/A	N/A	1.4%

4.2 実験結果と考察

グラフの頂点数 n を90、120と変えて実験した結果をそれぞれ図2と図3に示す。本手法を他の手法と比較すると、制約密度 d の値が1.5~5の範囲では、本手法が最も多い正解数を得た。

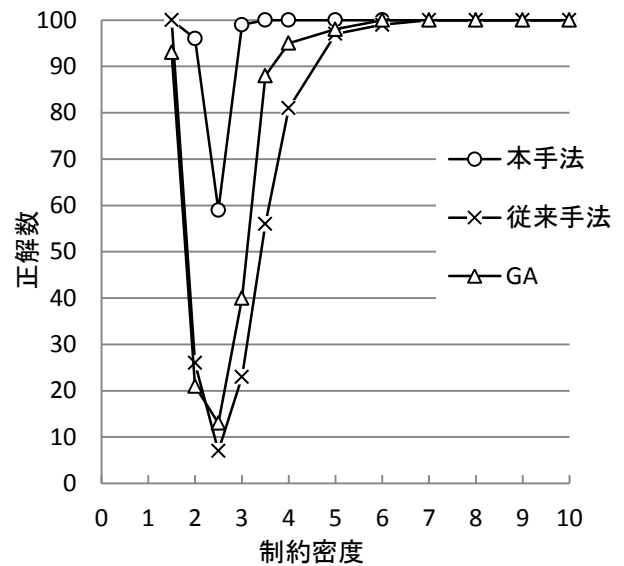


図2 100回中の正解数($n=90$)

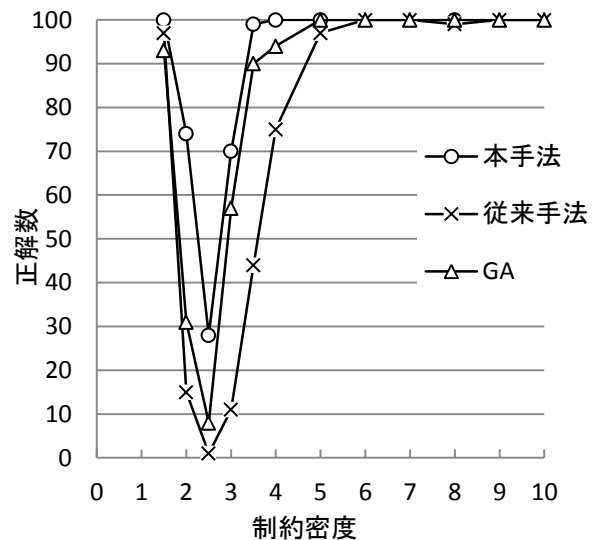


図3 100回中の正解数($n=120$)

5. おわりに

PSO にハミング距離に基づいた遷移確率を導入し、グラフ色塗り問題を対象に他手法との比較を行った。実験結果により、本手法の有効性を確認した。今後は、提案した手法のアルゴリズムを改良し、スケージング問題などの組合せ最適化問題へ応用する予定である。

参考文献

- [1] Ling-Yuan Hsu et al, MTPSO algorithm for solving planar graph coloring problem, Expert Systems with Application 38, pp.5525-5531, 2011.
- [2] 陳聡志 他, 遷移確率を用いたPSO によるグラフ色塗り問題の解法, 情報処理学会, 第72 回全国大会 6V-1, 2010.