

# 段階的可能性クラスタリングによるベクトル量子化の実験的研究

阿部 真美<sup>†</sup> 鈴木 幸司<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 室蘭工業大学

## 1 はじめに

ベクトル量子化による画像圧縮では、コードブックを生成するためにクラスタリングアルゴリズムを用いている。その代表的な手法として、k-means 法や Fuzzy C-means 法 [1] などが挙げられる。しかし、これらの手法には確率的制約が課されているため、ノイズや外れ値の影響を受けやすいという問題がある。

本研究では、確率的制約を緩和する段階的可能性クラスタリング (Graded Possibilistic Clustering[2]) アルゴリズムを用いて外れ値の影響を軽減することによって良質なコードブックを構築する。また、コードブック最適化のためのパラメータ値を実験的に求める。

## 2 外れ値とその影響

帰属度の合計が 1 でなければならないという確率的制約が施されている場合、外れ値によってクラスタが歪んでしまう。図 1 は 2 つの外れ値を含む外れ点による平均ベクトルへの影響を例示している。どちらも、帰属したクラスタの平均ベクトルの位置が大きくなるという影響を受けている。

## 3 段階的可能性クラスタリング [2]

段階的可能性クラスタリング (GPC) は、2 つのパラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  を調整して確率的制約を緩和する手法である。緩和の結果、ベクトル量子化による画像圧縮において、良質なコードブック生成が期待される。

### 3.1 アルゴリズム

GPC のアルゴリズムを、以下に示す。ただし、 $n$  個の標本データにおける、 $p$  次元の標本データ  $\vec{x}_k$  ( $k=1,2,\dots,n$ ) を  $c$  個のクラスタに分割した時、クラスタ  $C_j$  内の平均ベクトルを  $\vec{y}_j$  ( $j=1,2,\dots,c$ ) とする。また、 $\vec{x}_k$  の  $\vec{y}_j$  への帰属を表すメンバシップを  $u_{jk}(=u_j(\vec{x}_k))$  とする。

- (1) データ集合から初期平均ベクトルを  $c$  個選択する。
- (2) パラメータ  $\alpha$  の値を定める。 ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

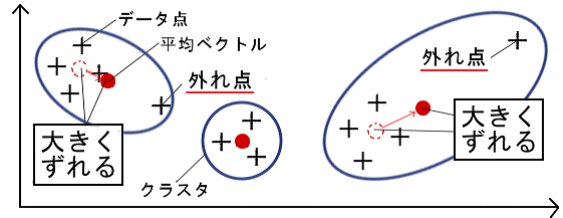


図 1: 2 つの外れ値によるクラスタへの影響

- (3) パラメータ  $\beta$  の値 {初期値  $\beta_i$ , 終了値  $\beta_f$ , 反復回数  $niter$ } から、以下の式で  $iter$  回目の  $\beta$  を求める。

$$\beta = \beta_i (\beta_f / \beta_i)^{(iter-1)/(niter-1)} \quad (1)$$

- (4)  $\vec{x}_k$  に関して、以下の式を用いて  $u_{jk}$  を更新する。

$$v_{jk} = e^{-d_{jk}/\beta} \quad (2)$$

$$Z_k = \begin{cases} \left( \sum_{j=1}^c v_{jk}^{1/\alpha} \right)^\alpha & \text{if } \sum_{j=1}^c v_{jk}^{1/\alpha} > 1 \\ \left( \sum_{j=1}^c v_{jk}^\alpha \right)^{1/\alpha} & \text{if } \sum_{j=1}^c v_{jk}^\alpha < 1 \\ Z_k = 1 & \text{else.} \end{cases} \quad (3)$$

$$u_{jk} = v_{jk} / Z_k \quad (4)$$

$Z_k = 0$  の場合、ここでクラスタリングを終了する。

- (5) 平均ベクトル  $\vec{y}_j$  を、次式で更新する。

$$\vec{y}_j = \sum_{k=1}^n u_{jk} \vec{x}_k / \sum_{k=1}^n u_{jk} \quad (5)$$

- (6)  $iter = niter$  になるまで (3)~(5) を繰り返す。

### 3.2 パラメータ $\alpha$

$\alpha$  ( $\alpha \in (0, 1]$ ) は、メンバシップ値の取りうる値の範囲を調整するためのパラメータである。例として、図 2 に  $c=2$  の時の、メンバシップの取りうる値の範囲を示す。左図は  $\alpha=1$  の時で、確率的制約が施された状態になっているため、範囲が直線上にある。  $\alpha$  の値を 1 未満にすると、右図のようにメンバシップの取りうる値の範囲が広がる。

### 3.3 パラメータ $\beta$

GPC は最大エントロピー法を用いている。  $\beta$  は、平均ベクトルと測定値の距離  $d_{jk}$  に重みを付けることでメンバシップを調整する温度パラメータで、(2) 式で使われている。  $\beta$  が大きいほど値は軽視され、非常に小さな距離にも重みがつけられる。  $\beta$  は、アニーリング法により (1) 式を用いて大きい値から徐々に下げられる。

## An Experimental study on Vector Quantization by Graded Possibilistic Clustering

Mami Abe<sup>†</sup>, Yukinori Suzuki<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Muroran Institute of Technology

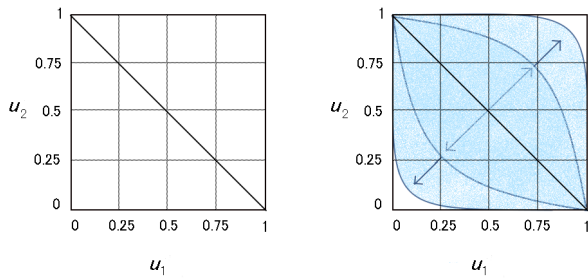


図 2:  $c=2$  の時の  $u_{jk}$  の取りうる値 (左  $\alpha=1$ , 右  $\alpha < 1$ )

## 4 実験

ベクトル量子化で画像圧縮を行う際のクラスタリングアルゴリズムとして GPC を使用し、各パラメータと PSNR の関係性を求めることを目的として以下の実験を行った。実験に使用した画像は、 $256 \times 256$  の画像 2 種類 (lenna.png, couple.png) と、 $512 \times 512$  の画像 3 種類 (Lena512.pgm, Peppers512.pgm, Airplane512.pbm) 計 5 種類である。

### 4.1 実験方法

画像を  $4 \times 4$  ブロック (16 次元) に分割し、GPC を用いてベクトル量子化による画像圧縮を行う。コードベクトル数は 256 である。  $\alpha = 1.0, 0.75, 0.5, 0.25, 0.1$  と下記の (1),(2),(3) で定められるパラメータ  $\beta$  との組み合わせを全て行い、得られた PSNR からパラメータ最適値を推測する。ただし、初期コードベクトルは各画像に対して一度ランダムに生成した同じものを使用する。

- (1) 反復回数  $niter$  : [10, 50, 100, 500, 1000]  
開始値=0.01, 終了値=0.001 に固定
- (2) 終了値  $\beta_f$  : [0.001, 0.003, 0.005, 0.007, 0.009]  
開始値=0.01, 反復回数=1000 に固定
- (3) 開始値  $\beta_i$  : [0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1, 10]  
終了値=0.001, 反復回数=1000 に固定

### 4.2 結果

各画像に対する  $\beta_f$ ,  $\beta_i$ ,  $niter$  の最適値とその時の PSNR を表 1 に示す。

#### 4.2.1 $\beta$ と PSNR の関係

(1)  $niter$  について、  $\alpha$  が 0.5 以上の時どの画像も  $niter$  最大数で PSNR が最大になっている。  $\alpha$  が 0.5 未満の時は、PSNR 最大値が多いほどよいというわけではなく、50~100 の間で最大になっている。

(2) 終了値  $\beta_f$  について、  $\alpha < 0.5$  未満ではどの画像も 0.001 で PSNR が最大になっている。しかし、  $\alpha$  が 0.5 以上の場合では、  $\beta_f$  最大値が全範囲でばらついて

表 1: 実験結果 (上 : (1) $niter$ , 中 : (1) $\beta_f$ , 下 : (1) $\beta_i$ )

$\beta_i=0.01, \beta_f=0.001$		$\alpha=1.0$	$\alpha=0.75$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.25$	$\alpha=0.1$
niter	PSNR					
lenna.png	1000	29.83	1000	29.97	1000	30.21
couple.png	1000	31.54	1000	31.55	1000	31.73
Lena512.pgm	1000	31.92	1000	32.00	1000	32.06
Airplane512.pbm	1000	31.21	1000	31.26	1000	31.24
Peppers512.pgm	1000	31.41	1000	31.48	1000	31.56

$\beta_i=0.01, niter=1000$		$\alpha=1.0$	$\alpha=0.75$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.25$	$\alpha=0.1$
$\beta_f$	PSNR					
lenna.png	0.007	29.92	0.009	30.01	0.005	30.22
couple.png	0.007	31.64	0.003	31.62	0.001	31.73
Lena512.pgm	0.001	31.92	0.003	32.01	0.003	32.06
Airplane512.pbm	0.003	31.24	0.005	31.34	0.001	31.24
Peppers512.pgm	0.003	31.43	0.005	31.50	0.003	31.57

$\beta_f=0.001, niter=1000$		$\alpha=1.0$	$\alpha=0.75$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.25$	$\alpha=0.1$
$\beta_i$	PSNR					
lenna.png	0.05	30.01	0.05	30.06	0.01	30.21
couple.png	0.1	31.94	0.01	31.55	0.01	31.73
Lena512.pgm	0.01	31.92	0.01	32.00	0.01	32.06
Airplane512.pbm	0.1	31.34	0.01	31.26	0.01	31.24
Peppers512.pgm	0.01	31.41	0.01	31.48	0.01	31.56

おり、法則性を見出しにくい。

(3) 開始値  $\beta_i$  について、  $\alpha$  が 0.5 以下ではどの画像も最低の 0.01 で PSNR が最大になっている。  $\alpha=1.0$  では多少のばらつきがあるが、1 や 10 にまでは至らない。

#### 4.2.2 $\alpha$ と PSNR の関係

表 1 において、各画像で最も PSNR が高い部分の背景を濃色で塗りつぶしている。  $\alpha=0.1$  の時は全体的に PSNR の値が低いため、制約を緩和すれば必ずしもいい結果が得られるとは限らないと言える。また、制約が施されている時の方が良い結果が得られる場合もある (下図, couple.png の  $\alpha=1.0$  の値)。3 枚の画像における最高値が  $\alpha=0.5$  であることから、  $\alpha$  は 0.5 以上に設定することで最適な値が得られると考えられる。

## 5 まとめ

実験から最適値は求められなかったが、知見から以下の関係を推測することができた。

(1)  $niter$  : 高  $\alpha$  では  $niter$  は大きい値, 低  $\alpha$  では小さい値が適している。(2)  $\beta_f$  : 低  $\alpha$  ではできるだけ小さい値が適する。(3)  $\beta_i$  : 高  $\alpha$  は 0.1~0.01, 低  $\alpha$  では 0.01 が適している。(4)  $\alpha$  は、  $\alpha = 0.5$  で、良い結果が得られやすい。ただし、低すぎると画質は下がり、1.0 の方がいい結果が得られる場合がある。

より細かいパラメータとより多くの画像を用いてデータを収集し、最適値を得ることが今後の課題である。

## 参考文献

[1] N. B. Karayiannis, and P-I. Pai: Fuzzy Vector Quantization Algorithms and Their Application in Image Compression, IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 4, No.9, September (1995), pp. 516-527.  
 [2] F. Masulli, and S. Rovetta: Soft Transition From Probabilistic to Possibilistic Fuzzy Clustering, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 14, No. 4, August (2006), pp.1193-1201.