

動的環境におけるオークション—再割当て費用の組み入れ

松原 繁 夫[†]

本論文は動的環境における資源割当て問題を解決するオークションプロトコルを提案する。動的環境においては、資源の価値は不確実性を有する。すなわち、価値はオークションが行われる時点の状況だけでなく、割り当てられた資源が実際に使用される時点の状況に依存する。たとえば、天気が晴れの場合の価値は雨の場合の価値と異なるかもしれない。このような状況を扱う方法の1つは、事象が生じるたびにオークションを行って、再割当てを行うことである。しかし、再割当ては不効用を生じるかもしれない。さらに、そのようなオークションはつねに均衡戦略が存在するとは限らない。均衡戦略が存在しなければ、どのような結果が得られるか予測できなくなる。この問題を解決するため、我々は新たなプロトコルを提案する。提案プロトコルは、入札者に資源の利用から得られる効用に加えて、再割当てによって生じる費用を申告させる。提案プロトコルでは、入札者の真実申告が均衡となり、期待値のうえで社会的に効率的な割当てが達成できることを証明する。

Auction in Dynamic Environments: Incorporating the Cost Caused by Re-allocation

SHIGEO MATSUBARA[†]

This paper proposes an auction protocol for solving a resource allocation problem in dynamic environments. In such environments, the valuation of resources has uncertainty for each bidder, i.e., this valuation depends on the situation not only at the point when the auction is held but also at the point when the allocated resources are actually used. For example, a bidder's valuation in fine weather may be different from that in rainy weather. A solution for dealing with this problem is to execute auctions whenever an event occurs and then to re-allocate resources. Re-allocating resources, however, may cause disutility. Moreover, it does not always provide an equilibrium strategy because it can be viewed as a sequential auction, which means that we cannot accurately predict what outcome will be obtained. To solve this problem, we propose an auction protocol that allows bidders to declare the cost due to re-allocation and then decides an allocation based on this cost of re-allocation as well as the surplus obtained from the allocated resources themselves in the realized situation. We prove that a bidder's truth telling is in equilibrium and that a socially efficient allocation on expected values is obtained in the proposed protocol.

1. はじめに

オークションは資源を効率的に割り当てる方法としてマルチエージェント研究の分野で広く研究されている¹⁾。プロトコル設計という視点から見たときの主要な問題は売り手と買い手の間の情報の非対称性である。すなわち、売り手は買い手の財に対する評価値をいかに引き出して、効率的な割当てを見つけるかという問題である。インターネットオークションやエージェントが媒介する電子商取引には、不確実性の問題が含まれており、効率的な割当ての実現はさらに困難にな

る。たとえば、入札者の名義の同一性に関する不確かさ²⁾、財の品質に関する不確かさ³⁾、実行の失敗⁴⁾などの問題が指摘されている。

本論文では動的環境におけるオークションに注目する。動的環境は不確実性の新たな源となる。AI研究において動的環境でのエージェントの振舞いは活発に研究されてきており、たとえば、実世界環境での自律移動ロボットの制御法などが研究対象となっており、プランニング研究ではエージェントは立案済の計画に従うか、あるいは、即応的に振る舞うべきかといったことが調べられている^{5),6)}。これと同様の問題はオークションにおいても生じうる。

会議室の割当て問題を考えよう。複数のセミナー主催者が会議室の特定の時間枠の利用権を争っており、オークションで勝者と支払額が決定されるとする。ここで、

[†] 日本電信電話株式会社 NTT コミュニケーション科学基礎研究所
NTT Communication Science Laboratories, NTT Corporation

資源の価値はしばしば環境条件に依存することに注意されたい。セミナ参加者の数は、たとえば、晴れか雨かなど天気の影響される。したがって、当日の天気を晴れと予想してオークションに参加したセミナ主催者が大会議室の利用権を獲得し、その後、セミナ開催日の天気が雨になると判明した場合、セミナ参加者の減少が予想され、そこから得られる利益も減少することになる。この場合、セミナ主催者にとって、大会議室の価値は低下する。

会議室の所有者は会議室の再割当てを行えば、この問題を緩和できるかもしれない。しかし、再割当ては入札者の誘因に深刻な影響を与える。たとえば、環境条件の変化があって資源の価値が変化したときに随時オークションを開催することにすれば、一般に均衡戦略は存在しなくなる。これは、このオークションが逐次オークションと見なせるからである。均衡戦略が存在しなくなれば、入札者は大きな効用を得るために多くの入札戦略を調べる必要が生じる。一方、会議室所有者はオークションを用いることでどのような結果が得られるか正確に予想できなくなる。これは、大きな欠点となる。

再割当ての別の問題は、ある割当てから別の割当てに変更することで費用が生じることである。たとえば、セミナ主催者がいったんセミナ会場を A 棟 3 階の会議室と案内した後で、セミナ当日に会場を変更すれば参加者に混乱が生じる。ここで、セミナ参加者は会場の変更に対する不都合さに関しても選好を持つことに注意されたい。新会場が同じ棟、同じ階の別の部屋であれば、移動は簡単である。新会場が同じ棟の別の階であれば少し厄介になる。そして、新会場が別の棟になれば、厄介さはさらに大きくなる。このような参加者の選好は結果としてのセミナ参加者数に影響し、それは主催者の収入に影響することになる。

再割当て費用を削減する方法の 1 つは事前に割当てを決めておくことをあきらめ、当日に割当てを行うことである。しかし、この場合、主催者は事前にセミナ会場を案内できないため、多くの参加者を集めることが難しくなる。

動的環境における資源割当て問題に関して、ここで指摘した問題を解決するため、我々は新たなオークションプロトコルを提案する。このプロトコルは入札者に再割当てに対する選好を申告させ、初期割当てと割当ての変更規則から成る割当て計画を作成する。割当て計画の導入により、入札者はいったん決まった割当てがどのように変更されるか前もって知ることができる。

本論文の貢献をまとめると、(1) 動的環境における再

割当てを考慮したオークションの枠組みの提案、(2) 入札者の真実申告を引き出す新たなオークションプロトコルの提案と、(3) 提案プロトコルが事前のパレート効率的な割当てを実現することへの証明の付与である。提案プロトコルは Vickrey-Clarke-Groves (VCG) プロトコルの拡張であるが、再割当てを議論に含めたところが新規な点である。

2 章では動的環境におけるオークションのモデルについて述べる。3 章では、環境変化によって生じる不効率な割当てを回避できるオークションプロトコルを提案し、4 章では、プロトコルの動作を例証する。5 章では、理論的な解析を述べ、6 章で関連研究を議論し、7 章をむすびとする。

2. モデル

本章では厳密な議論を可能とするため形式的なモデルを提示する。取引の場には、1 人の売り手と複数の入札者 $bidder\ i$ ($i = 1, \dots, n$) が存在する。売り手は本論文では、オークション主催者と同一視できる。売り手は複数の財 g_1, g_2, \dots, g_m を販売する。本論文では以下を仮定する。

仮定 1 オークションが開催される時点と割り当てられた財が勝者によって実際に使用される時点の間に、ある間隔が存在する。

本論文では個人価値モデルを仮定する。すなわち、入札者 $bidder\ i$ の財に対する価値は他の入札者がその財に対して持つ価値と独立である。さて、上述のように、財に対する価値は、その財の利用から得られる便益だけでなく、財が事前に割り当てられるか、使用の直前に割り当てられるかによっても影響を受ける。本論文では、前者を財の使用から得られる主要な価値と見なし、後者を割当て決定と財の使用の間に得られる二次的な価値と見なして、以下を仮定する。

仮定 2 入札者 $bidder\ i$ に対して、価値は以下のように表せる。

$$v_i() = v_i^P() + v_i^S()$$

v_i^P は財を使用する結果得られる便益である。一方、 v_i^S は割当て決定と財の使用の間に得られる便益を表す。

v_i^P と v_i^S の間に依存関係がある場合、たとえば、財が生鮮食品で、品質保持にかかる費用によって、実際に食べるときの効用が変化するという場合は、本論文の議論の対象外である。

さて、再割当ての可能性について検討する場合、 v_i^S

ここでは、経済学の慣例に従い、資源ではなく、財という表記を用いる。

は不効用を表すと考えれば理解しやすいであろう。たとえば、セミナー主催者が部屋の予約オークションに勝利したが、不幸なことにセミナー会場を変更する必要が生じた場合、主催者はセミナーの参加登録者に変更通知をしなければならず、これには費用が発生する。 v_i^S には、この種の費用が含まれる。そこで、本論文では、 v_i^S を再割当てによる不効用と呼ぶ。セミナー主催者は部屋の利用期日がまだ来ていなければ、部屋の利用権を他者に譲渡できるが、通知に要してしまった費用は後から取り戻せないことに注意されたい。

加えて、 v_i^P は財が勝者に実際に使用されるときに環境条件に依存すると仮定する。

仮定 3 環境条件は確率変数の組 $\{cond\} = \{cond_1, cond_2, \dots, cond_i\}$ として表現される。

さらに、以下を仮定する。

仮定 4 確率変数の値域が与えられ、各確率変数の確率分布 p が、売り手とすべての入札者に共有されている。

たとえば、天気を表す確率変数が存在し、その値域は $\{fine, rainy\}$ で表され、天気予報が売り手とすべての入札者に共有されているような状況である。

入札者 $bidder i$ の評価値 v_i^P は以下のように表現される。

仮定 5 G が財の割当てを表し、 G_i が G の中で $bidder i$ に割り当てられた財を表すとする。 $bidder i$ が財の組合せ G_i に対して持つ価値は $v_i^P = v_i^P(G_i; cond_1, cond_2, \dots, cond_i)$ と表現される。

混乱が生じない場合、 $v_i^P(G_i; cond_1, cond_2, \dots, cond_i)$ の代わりに、 $v_i^P(G_i)$ という表記法を用いる。

一方、入札者 $bidder i$ の不効用 v_i^S は以下のように表現される。

仮定 6 $bidder i$ の不効用 v_i^S は $v_i^S(G_i^{prev}, G_i^{current})$ と表現される。 G_i^{prev} は変更前の $bidder i$ への割当てを表し、 $G_i^{current}$ は変更後の財の割当てを表す。

v_i^S は、場合によっては、消費時間や残存時間などの時間の関数であるかもしれない。

図 1 に入札者の評価値 v_i^P の例を示す。入札者は会議室のある時間枠を競っているセミナー主催者であり、 $g1$ と $g2$ は各々、大会議室と小会議室の時間枠を表す。 $(g1, g2)$ は同時に両方の会議室の時間枠を確保することを表す。この場合、各入札者にとって、 $g1$ が $g2$ のどちらか一方を確保すれば十分である。すなわち、各入札者は 2 つの財に対して代替的な選好を持つ。また、 $\{cond\} = \{weather\}$ であり、その値域を $\{fine, rainy\}$ としている。

図 2 に再割当てによって生じる、入札者 $bidder 1$

| | | | |
|------------|------|------|------------|
| | $g1$ | $g2$ | $(g1, g2)$ |
| $bidder 1$ | 10 | 2 | 10 |
| $bidder 2$ | 4 | 6 | 6 |
| $bidder 3$ | 3 | 4 | 4 |

(a) fine

| | | | |
|------------|------|------|------------|
| | $g1$ | $g2$ | $(g1, g2)$ |
| $bidder 1$ | 5 | 6 | 6 |
| $bidder 2$ | 7 | 5 | 7 |
| $bidder 3$ | 6 | 1 | 6 |

(b) rainy

図 1 天気に条件付けられた財の価値の例

Fig. 1 Valuations of goods conditioned on weather.

| | | | | | |
|------|------------|--------|------|------|------------|
| | | TO | | | |
| | | $null$ | $g1$ | $g2$ | $(g1, g2)$ |
| FROM | $null$ | 0 | -1 | -1 | -1 |
| | $g1$ | -3 | 0 | -1 | 0 |
| | $g2$ | -3 | -1 | 0 | 0 |
| | $(g1, g2)$ | -3 | 0 | 0 | 0 |

図 2 再割当てによる $bidder 1$ の不効用

Fig. 2 Disutility of $bidder 1$ caused by re-allocation itself.

の不効用 v_i^S の例を示す。入札者が異なれば、その不効用の値も異なるかもしれない。 $null$ は何も財が割り当てられていないことを意味する。 $null$ から $g1$ への変化によって生じる不効用は、 $g1$ が前もって割り当てられていないことに関する不効用を表す。 $g1$ から $null$ への変化によって生じる不効用は、たとえば、会議室 $g1$ が利用不可となったためにセミナー中止を参加予定者に通知するのに必要な費用を表す。これらの不効用を明示的に議論に組み入れることが本論文のアプローチの特徴である。

本論文での財の価値の表現は、財の全体の価値は、財の最終的な割当て、環境条件、初期割当てから最終割当てに至る再割当ての過程で蓄積される不効用によって決定されることを意味する。価値の表現として別の関数形も仮定できるが、ここで与えた表現は様々な問題領域を記述できると考える。

社会的余剰を最大化する、すなわち、売り手と入札者の効用の総和を最大化するには、割当てそのものだけでなく、ある割当てから別の割当てへの遷移経路を調べる必要がある。これを行うために、本論文では割当て計画について考える。割当て計画は、初期割当てと、ある確率変数の値が判明したときに、割当てをどう変更するかを規定した遷移規則の集合から構成される。図 3 に割当て計画の例を示す。これは

初期割当て : $(g1, g2) = (bidder\ 1, bidder\ 2)$

最終割当て :

$(g1, g2) = (bidder\ 1, bidder\ 2)$ if fine

$(g1, g2) = (bidder\ 2, bidder\ 1)$ if rainy

図 3 割当て計画の例

Fig. 3 Example of an allocation plan.

$(g1, g2) = (bidder\ 1, bidder\ 2)$ が初期割当てであり、雨が降れば、割当てを $(g1, g2) = (bidder\ 2, bidder\ 1)$ に変更する、すなわち、*bidder* 1 と *bidder* 2 が会議室を交換することを示している。天気が晴れならば、初期割当てのまま変更されない。

次に、効用の表現を与える。

仮定 7 *bidder* *i* の効用 $u_i()$ は以下のように表現される。

$$\begin{aligned} u_i() &= v_i(AP) - payment_i(AP) \\ &= v_i^P(G_i^{final}; \{cond\}) + v_i^S(AP) \\ &\quad - payment_i(AP) \end{aligned}$$

この形は準線形効用と呼ばれる。AP は割当て計画を表す。 G_i^{final} は最終割当てにおいて *bidder* *i* に割り当てられる財の集合を表す。

ここでは、主要な便益は最終割当てと環境条件のみに依存すると仮定している。不効用 v_i^S は割当ての遷移経路に沿って足し合わされる。支払額 $payment_i$ の決定方法は 3 章で説明する。確率変数 p の確率分布を既知と仮定しているので、割当て計画 AP が与えられれば、期待効用を計算できる。

最後に価値モデルの視点から本論文の位置付けを再度確認しておく。財の価値モデルは、他者との相関、価値認識における不確実性の存在の 2 点から分類でき、代表的なものとして個人価値と共通価値がある¹⁰⁾。個人価値モデルは、財の価値が他者の評価から独立である場合を指す。一般に価値認識の不確実性に関する制約はないが、多くの論文では、不確実性が存在しない場合を扱っている。この点からは、本論文は個人価値モデルのうえで、積極的に価値認識の不確実性を議論に含めようとしているといえる。

一方、共通価値モデルは、財の価値は全入札者にとって同一であるが、入札者によって価値認識の不確実性が異なる場合を指す。たとえば、油田探掘権などでは、埋蔵量は誰が探掘しても変化しない点で価値は同一であるが、埋蔵量の推定精度は、入札者によって異なる。この点からは、本論文は共通価値モデルから財の価値が全入札者にとって同一という仮定を緩和する一方、価値の推定精度に関して全入札者で共通（仮定 4）と仮定しているといえる。

3. オークションプロトコル

本章では、割当て計画を決定する新たなプロトコルを提案する。最初に、オークションプロトコルに望まれる性質を述べ、単純なプロトコルがそれらの性質を充足しないことを指摘する。その後、提案プロトコルを提示する。

3.1 オークションプロトコルの望ましい性質

オークションプロトコルに望まれる性質は個人合理性、パレート効率性である。個人合理性とは、入札者は、合理的な行動をとるならば、オークションに参加することで損をすることはないことを意味する。パレート効率性は、他の入札者の効用を減じることなくある入札者の効用を増加させることができないことを意味する。オークションにおいて、パレート効率性が満たされるならば、社会的余剰、すなわち、売り手と入札者の効用の総和は最大化される。なおこれは、売り手と入札者の間で貨幣の交換が可能という仮定と準線形効用の仮定に依っている。

プロトコルの設計にあたり、我々は誘因両立性の制約を課する。各入札者が得る財や支払額はその申告値により変化する。ここで、誘因両立性とは、他の入札者がどのような申告を行っても、各入札者にとって真実申告が自己の効用を最大化する、すなわち、最善の戦略となることを意味する。顕示原理によって、誘因両立性の仮定をおいても議論の一般性は失われないことが保証されている⁷⁾。この制約を課することで、プロトコルの探索空間の削減が可能となる。加えて、この制約が成立すれば入札者は他の入札者の評価値を偵察する必要がなくなる。これはシステムの安定化に結び付き、他の入札者の評価値を推定するコードが不要になるという点で、エージェントプログラムの実装も容易になる。

3.2 単純なオークションプロトコルの失敗

ここでは、単純なオークションプロトコルがうまく機能しないことを説明する。動的環境で財を割り当てる単純な方法は Vickrey-Clarke-Groves (VCG) プロトコルを用いて割当てを決定し、以降それを変更しないという方法である。環境を静的と見なして割当てを決める方法である。具体的には、入札者に財の評価値を申告させ、売り手は最適な割当て、つまり、社会的余剰の期待値が最大となる割当てを選び、*bidder* *i* に以下の支払いを課する。

$$payment_i = \sum_j v_j(G_{-i}^*) - \sum_{j \neq i} v_j(G^*)$$

ここで、 G^* は最適な割当てを表し、 G_{-i}^* は *bidder* *i*

| | $g1$ | $g2$ | $(g1, g2)$ |
|-----------------|------|------|------------|
| <i>bidder 1</i> | 7.5 | 4 | 8 |
| <i>bidder 2</i> | 5.5 | 5.5 | 6.5 |
| <i>bidder 3</i> | 4.5 | 2.5 | 5 |

図 4 財の期待評価値

Fig. 4 Expected valuations of goods.

が存在しない場合の最適な割当てを表す。以下の参照のため、この方法を割当て固定法と呼ぶ。しかし、この方法では環境変化に応じて割当てを柔軟に変更することができない。これは社会的余剰の減少につながる。

例 1 入札者 *bidder 1*, *bidder 2*, *bidder 3* と財 $g1$, $g2$ を仮定する。入札者の評価値は図 1 に与えられており、再割当てによる不効用は、各入札者に関して、割当て変更があれば、 -0.5 、なければ 0 とする。加えて、 $p(\text{weather} = \text{fine}) = 0.5$ と $p(\text{weather} = \text{rainy}) = 0.5$ を仮定する。

図 4 はオークションが行われた時点での期待評価値を表す。これらの値をもとにして、 $g1$ と $g2$ は各々 *bidder 1* と *bidder 2* に割り当てられる。*bidder 1* と *bidder 2* の支払額は各々 4.5 と 2.5 となる。

ここで、天気が雨と判明したときに、*bidder 1* と *bidder 2* が $g1$ と $g2$ を交換すれば社会的余剰は初期割当てから $6 + 7 - 5 - 5 - 0.5 - 0.5 = 2$ だけ増加する。*bidder 1* と *bidder 2* は各々再割当てによる不効用として -0.5 ずつ被るが、全体としては余剰は増加する。しかし、割当て固定法はこの社会的余剰を増加させる機会を見逃してしまう。□

動的環境において財を割り当てる方法で別の方法は、環境条件が判明するまで何も行わない、すなわち、即応的に振る舞う方法である。しかし、*null* からある割当てへの変更による不効用が非常に大きければ、社会的余剰は減少する。たとえば、セミナー会場が開始時刻の直前になるまで通知されなければ、多くの参加者の来場を期待できない。

即応的な方法で別のものは、環境変化が生じるたびに再割当てを行うことである。しかし、これは誘因の問題を引き起こす。すなわち、この方法には均衡戦略が存在しないため、入札者は以前に割り当てられた財をそのまま保持するか、あるいは、放出して別の財を得るかに関して悩むことになる。

例 2 例 1 と同じ状況を想定する。割当てと支払額は図 4 に基づいて決定され、*bidder 1* が $g1$ を獲得して 4.5 を支払い、*bidder 2* が $g2$ を獲得して 2.5 を支払う。

ここで、*bidder 3* が $g1$ の評価値を過大申告すると仮定

する。すなわち、晴れの場合の評価値として 3 の代わりに 5 を申告すれば、*bidder 1* の支払額は 5.5 となる。この場合、天気が雨と判明すれば、*bidder 1* の効用は、 $u_1 = v_1^P(g1; \text{rainy}) - \text{payment}_1 = 5 - 5.5 = -0.5$ と負値になる。したがって、*bidder 1* は天気が雨と判明した時点で、 $g1$ を他者に販売しようとする。このため、*bidder 3* は $g1$ を購入する可能性が生じる。つまり、*bidder 3* は財の割当てを操作できる。□

環境変化に応じて割当てを変更し、かつ、誘因の問題の発生を抑えるためには、割当ての変更部分を注意深く選択する必要がある。3.3 節では、割当て計画の構成法を説明する。提案方法では、支払額を割当て計画に基づいて決定する。これは、再割当てによる不効用の影響を計算の中に直接組み入れることで、誘因問題の回避を目指すものである。

3.3 割当て計画決定プロトコル

環境変化に応じて財の再割当てを行うオークションプロトコルを提案する。支払額の計算法は VCG プロトコルに基づいているが、メッセージ空間の拡張と割当て計画の構成法は新規なものである。ここで、メッセージ空間とは、売り手と入札者の間でやりとりされる情報の種類を指す。

まず、割当て計画の構成法を説明する。割当て計画は割当てと支払額の決定に用いられる。もし単純にすべての場合を列挙するならば膨大な計算が必要となる。よって、ここでは動的計画法に基づいた方法を考える。

ここで、確率変数の値が判明する順序を、 $cond_1 < cond_2 < \dots < cond_l$ と仮定する。まず、 $cond_1$ の値が判明し、次に $cond_2$, $cond_3$ という順序で値が判明するという仮定である。

割当て計画の構成法を以下に示す。

- (1) 入札者は任意の確率変数の値の組合せにおける任意の財の組合せに対する評価値を売り手に申告する。この値は真値であるかもしれないし、虚偽の値であるかもしれない
- (2) 売り手は割当て可能性が満たされるように入札の組合せを列挙する。割当て可能性が満たされるとは、同じ財が同時に異なる入札者に割り当てられないことがないという状態を指す。
- (3) 売り手は各場合における社会的余剰を計算する。
- (4) 次に、売り手は確率変数 $cond_l$ の値が判明する前の状態を調べる。可能な各割当てに対して、最適な遷移規則を見つける。遷移規則とは、確率変数の値が判明したときに、割当てをどう変更するか規定するものであり、最適とは社会的余剰の期待値を最大化することを意味する。可

能な割当ての中には、ある財をどの入札者にも割り当てないという割当ても含まれる。

- (5) 次に、売り手は確率変数 $cond_{l-1}$ と $cond_l$ が判明する前の状態を調べる。可能な各割当てに対して、売り手は最適な遷移規則を見つける。
- (6) 売り手は上記のステップをすべての確率変数が判明する前の状態に到達するまで繰り返す。この時点で、割当て計画の集合が構成されている。
- (7) 売り手は上で構成した割当て計画の中から社会的余剰の期待値が最大となる割当て計画を見つける。もし社会的余剰の期待値を最大にする割当て計画が複数存在すれば、ランダムに1つの割当て計画を選択する。

次に、割当て計画の実行法を以下に示す。

- (1) 割当て計画が得られれば、売り手は割当て計画を入札者に通知し、割当て計画にある初期割当てを当座の割当てとする。
- (2) 確率変数 $cond_1$ の値が判明すれば、売り手は当座の割当てを割当て計画の規定に従って変更し、それを入札者に通知する。
- (3) すべての確率変数が判明した後、最終割当てに基づいて、売り手は入札者に以下の支払額を課する。

$$payment_i = \sum_j v_j(AP_{-i}^*) - \sum_{j \neq i} v_j(AP^*)$$

ここで、 AP^* は最適な割当て計画を表し、 AP_{-i}^* は $bidder i$ が存在しない場合の最適な割当て計画を表す。支払額 $payment_i$ は、 $bidder i$ の参加によって生じる他の入札者の期待評価値の減少分に等しい。

4. 提案プロトコルの適用例

本章では例を用いて割当て計画の構成法と、それに基づく割当てと支払額の決定のされ方を例示する。

例2と同様の問題設定を考える。提案プロトコルにおいて、売り手はステップ2で入札者の入札の組合せを列挙し、ステップ3で社会的余剰を計算する。それらは、図5に示される。

ステップ4において、遷移規則の各組が調べられる。この例では、全部で81個の遷移規則の組がある。

- 遷移規則1：割当てを以下に変更
 - ($bidder 1, bidder 1$) if fine,
 - ($bidder 1, bidder 1$) if rainy.
- 遷移規則2：割当てを以下に変更
 - ($bidder 1, bidder 2$) if fine,
 - ($bidder 1, bidder 1$) if rainy.

| $g1$ | $g2$ | s.s. fine | s.s. rainy |
|------------|------------|--------------|---------------|
| $bidder 1$ | $bidder 1$ | 10 | 6 |
| $bidder 1$ | $bidder 2$ | 16 | 10 |
| $bidder 1$ | $bidder 3$ | 14 | 6 |
| $bidder 2$ | $bidder 1$ | 6 | 13 |
| $bidder 2$ | $bidder 2$ | 6 | 7 |
| $bidder 2$ | $bidder 3$ | 8 | 8 |
| $bidder 3$ | $bidder 1$ | 5 | 12 |
| $bidder 3$ | $bidder 2$ | 9 | 11 |
| $bidder 3$ | $bidder 3$ | 4 | 7 |

s.s. stands for social surplus.

図5 ステップ2と3の実行により得られる結果
Fig. 5 Results obtained in steps 2 and 3.

初期割当て： $(g1, g2) = (bidder 2, bidder 1)$

最終割当て：

$(g1, g2) = (bidder 1, bidder 2)$ if fine

$(g1, g2) = (bidder 2, bidder 1)$ if rainy

図6 社会的余剰の期待値を最大化する別の割当て計画

Fig. 6 Another allocation plan that maximizes the expected social surplus.

- (遷移規則3-81：紙幅の都合により、他の遷移規則の組については記述を省略する)

この例ではただ1つの確率変数を含む。よって、ステップ5と6は飛ばされる。ステップ7において、売り手は社会的余剰の期待値を最大にする割当て計画を見つける。図3に示した割当て計画の社会的余剰は以下のように計算される。もし晴れならば、再割当てによる不効用は0であり、最終割当てにおける社会的余剰は16となる。一方、雨の場合、再割当てによる不効用は $-0.5 - 0.5 = -1$ であり、最終割当てにおける社会的余剰は13となる。よって、 $p(weather = fine) = 0.5$ 、かつ、 $p(weather = rainy) = 0.5$ であるので、社会的余剰の期待値は $0.5 \times 16 + 0.5 \times (-1 + 13) = 14$ となる。他の場合も計算することで、図3に示す割当て計画が社会的余剰の期待値を最大化する割当て計画であると分かる。社会的余剰の期待値を最大化する割当て計画はもう1つ存在する。それを図6に示す。

ここでは、2つの可能な割当て計画があるため、ランダムに1つが選択される。図3に示す割当て計画が選択されたとする。このとき、 $bidder 1$ の支払額は以下のように計算される。まず、 $bidder 1$ がオークションに参加しない場合を考える。この場合、社会的余剰の期待値を最大にする割当て計画は、図7に示される。

初期割当て: $(g_1, g_2) = (\text{bidder } 3, \text{bidder } 2)$

最終割当て:

$$(g_1, g_2) = (\text{bidder } 3, \text{bidder } 2) \text{ if fine}$$

$$(g_1, g_2) = (\text{bidder } 3, \text{bidder } 2) \text{ if rainy}$$

図 7 *bidder* 1 が存在しない場合の割当て計画

Fig. 7 Allocation plan when *bidder* 1 does not exist.

したがって, *bidder* 1 の支払額は以下のように計算される.

$$\begin{aligned} \text{payment}_1 &= 0.5 \times (6 + 3) + 0.5 \times (5 + 6) \\ &\quad - (0.5 \times 6 + 0.5 \times (7 - 0.5)) \\ &= 3.75 \end{aligned}$$

ここで, 項 -0.5 は, 雨が降った場合, 再割当てが生じることで *bidder* 2 が被る不効用を表す.

上式は晴れの場合と雨の場合を分けて計算することで, 以下のように書き直せる.

$$\begin{aligned} \text{payment}_1 &= 0.5 \times (6 + 3) + 0.5 \times (5 + 6) \\ &\quad - (0.5 \times 6 + 0.5 \times (7 - 0.5)) \\ &= 0.5 \times (6 + 3 - 6) \\ &\quad + 0.5 \times (5 + 6 - (7 - 0.5)) \\ &= 0.5 \times 3 + 0.5 \times 4.5 \end{aligned}$$

したがって, 売り手は天気にかかわらず *bidder* 1 に 3.75 の支払いを課する, あるいは, 晴れの場合に 3 を課し, 雨の場合に 4.5 を課することになる. payment_2 についても同様に 4.75 と計算される.

例 2 において, *bidder* 3 が割当てを操作可能であると指摘した. ここでも同様に, *bidder* 3 が虚偽申告をする場合を考え, g_1 に対して, 晴れた場合 $10 - \epsilon$, 雨の場合 $7 - \epsilon$ と申告したと仮定する. これは, 売り手によって選択される割当て計画が変化しないという条件のもとで, *bidder* 3 の過大申告を調べを意味する. 提案プロトコルを用いれば, *bidder* 1 の支払額は 3.75 の代わりに 7.75 (晴れた場合 $10 - \epsilon$, 雨の場合 $5.5 - \epsilon$) となる. このとき, *bidder* 1 の効用は, 晴れた場合, $10 - (10 - \epsilon) = \epsilon$, 雨の場合, $6 - 0.5 - (5.5 - \epsilon) = \epsilon$ となり, *bidder* 1 は損をすることがない. 一方, *bidder* 3 がさらに過大申告すれば, 売り手は別の割当て計画を選択することになり, その場合, *bidder* 3 の効用が負になることが容易に確かめられる. よって, *bidder* 3 は虚偽申告しても, 効用を増加させられない.

5. 提案プロトコルの性質

本章では, 提案プロトコルが望ましい性質を満たすことを証明する.

命題 1 各入札者にとって真実申告が最善の戦略と

なる.

証明 1 入札者 *bidder* i の効用は以下のように計算される.

$$\begin{aligned} u_i &= v_i(AP_i^*) - \text{payment}_i(AP^*) \\ &= v_i^P(AP^*) + v_i^S(AP^*) \\ &\quad - \left(\sum_j v_j(AP_{-i}^*) - \sum_{j \neq i} v_j(AP^*) \right) \\ &= v_i^P(G_i^{\text{final}}; \{\text{cond}\}) + v_i^S(AP^*) \\ &\quad + \sum_{j \neq i} v_j^P(G_j^{\text{final}}; \{\text{cond}\}) + \sum_{j \neq i} v_j^S(AP^*) \\ &\quad - \sum_j v_j(AP_{-i}^*) \end{aligned}$$

売り手は社会的余剰が最大となる割当て計画を探索している. ここで上式を眺めると, 第 1 項から第 4 項を最大化することと社会的余剰の最大化は等価であり, 売り手は第 1 項から第 4 項を最大化しようとするといえる. 一方, 第 5 項は *bidder* i の申告から独立である, すなわち, *bidder* i は第 5 項を操作できない. よって, *bidder* i にとって, 真実申告が最善の戦略となる. □

命題 2 提案プロトコルは社会的余剰の期待値を最大化する割当てを実現できる.

証明 2 提案プロトコルは入札者の真実申告を引き出すことができる. また, 社会的余剰の期待値を最大にする遷移経路を見つけ出せる. よって, 提案プロトコルは社会的余剰の期待値を最大にする割当てを実現できる. □

命題 3 提案プロトコルは期待値のうえで個人合理性を満たす.

証明 3 *bidder* i の入札が最終割当てに影響を与えなければ, その入札は当座の割当ての系列に含まれない. これは *bidder* i の効用が 0 であることを意味する. 一方, *bidder* i の入札が最終割当てに含まれれば, *bidder* i の効用は *bidder* i の参加による社会的余剰の増分に等しくなる. 加えて, 何も割当てを受けないという可能性も存在する. よって, 再割当てによる不効用が入札者に費用を生じさせるとしても, 期待値のうえでの個人合理性は満たされる. □

この命題は期待値のうえで成立することに注意されたい. すなわち, 期待効用が負値となることはないが, ある場合に入札者の効用が負となることは起こりうる. ただし, 4 章で示したように, 条件付きの支払いを課するならば, 入札者の効用が負になることはない.

命題 4 提案プロトコルは割当て固定法と比べて社会的余剰の期待値が減少することはない.

証明 4 割当て固定法によって得られる割当ては割

当て計画の中に含まれる。また、選択された割当て計画は、すべての可能な割当て計画の中で、社会的余剰の期待値が最大となるものである。□

最後に、計算負荷について議論しておく。VCG プロトコルは割当てと支払額の計算に際し、組合せ最適化問題を解くことが必要である。この問題に関しては、多くの勝者決定アルゴリズムが提案されている^{8),9)}。提案プロトコルでは、動的計画法の利用が計算量の問題を緩和しているものの、最適な遷移規則を得るために、割当ての組合せを調べているので、計算量の問題はより深刻となる。たとえば、入札者数が n 、財の個数が m 、確率変数が 1 つで、そのとる値の数が l 通りの場合、最適な割当て計画を求めるには、 n^{lm} 通りの遷移規則を調べる必要がある。割当て計画の効率的な発見法の考案は将来の課題である。

6. 議 論

本論文では、オークションの文脈における再割当ての影響に焦点を当てて議論した。より広くは、不完全情報を持つ動的ゲームと考えることができ¹⁰⁾、経済学の分野においても研究されている。たとえば、オークションにおいて再割当てを達成する方法の 1 つとして再販売を取り上げ、その効果が議論されている¹¹⁾。再販売によって非効率性の改善が図れるかもしれないという考え方である。

しかし、Milgrom は、初期の誤った割当てを 2 人間の交渉によって解消する方法は存在しないと指摘している¹²⁾。すなわち、再販売の時点で、売り手はその価値を過大に買い手に伝える誘因があり、買い手はその価値を売り手に過小に伝える誘因がある。それらの虚偽申告は取引の成立を遅らせたりすることになる。

さらに、組合せオークションの場合で、かつ、動的環境を考えるならば、例 2 で示したように、敗者は割当てを戦略的に操作できるかもしれない。それは効率的な割当ての失敗に結びつく。したがって、入札者から真実申告を引き出すプロトコルの考案が必要となる。これを実現するため、我々は再割当てにより発生する費用を不効用としてモデルに明示的に組み込み、この不効用を考慮したプロトコルを提案した。

Sandholm らはレベル付きコミットメント契約を提案した¹³⁾。タスク請負エージェントにとって、いつ契約を結ぶかは重要な問題である。いったんタスク請負契約を結べば、その直後により有利な契約が出現しても契約を結べない。よって、いつ契約を結ぶかに悩まされることになる。レベル付きコミットメント契約は罰金を支払うことで、契約解消を認める方法である。

Sandholm らは、彼らが提案したレベル付きコミットメント契約の方法と比較して、偶発契約の問題を指摘している。偶発契約とは、各事象が生じた場合にどうするかをすべて考慮に含める方法であり、組合せ爆発が生じるために、すべての将来の事象を前もって列挙することは不可能であると指摘している。

本論文での提案プロトコルは、事前にすべての確率変数を列挙しており、Sandholm らが指摘する偶発契約に分類される。しかし、我々の主要な関心は、再割当てが可能な場合に、売り手が入札者の真実申告を引き出せるかどうかであり、この点は Sandholm らの研究と異なる。また、本論文では、計算費用の削減のために、割当て計画の構築に際し、動的計画法の利用を提案した。

Ito らは財の評価値が品質に依存し、専門家は財の品質を知ることができるが、素人は品質を知らないという場合のオークションを扱っている³⁾。彼らは専門家から財の品質情報を引き出し、効率的な割当てを達成するプロトコルを提案している。彼らの問題設定では、財の品質が判明すれば、素人の評価値は一意に決定されるとしている。入札者にとって、財の価値に不確実性があるという点では、本論文での問題設定と若干似ている。しかし、本論文では財の価値を確実に知っている入札者は存在せず、代わりに確率分布は入札者全体で共有されていると仮定する点で異なる。これは、メカニズム設計の視点からは大きな違いとなる。

本論文で着目した環境変化への対応は、元々プランニング研究で取り扱われてきた話題である。環境変化に条件付けた条件付きプランニングや環境変化に起因する再プランニングなど、プランニング研究の分野で広く研究されてきている⁵⁾。しかし、それらの研究はエージェントの誘因の問題を扱っていない点で、我々の研究と大きく異なる。

本論文は確率変数の確率分布が共通知識であると仮定した。天気を考えれば、天気予報から情報を得ることは容易であり、ある入札者のみが天気に関して多くの情報を持つという状況はあまりなさそうである。しかし、確率変数が天気ではなくて、入札者ごとに異なる情報を持つようなものである場合には、別のアプローチが必要となる。そのような場合を扱うように提案プロトコルを拡張することは今後の課題である。

7. む す び

本論文では動的環境におけるオークションプロトコルを提案した。入札者の財に対する評価値は財が実際に使用されるときに環境条件に依存する。環境条件が

確率変数によって表現され、確率変数の確率分布が与えられるならば、解法の1つは入札者にその確率分布のもとでの財の評価値の期待値を尋ねて、効率的な財の割当てを見つけることである。ここで、確率変数の値の判明時に柔軟に再割当てを行うことにすれば、社会的余剰が増加する可能性がある。ところが、単純に再割当てを導入すれば、均衡の存在が保証できなくなる。この場合、入札者は入札戦略に関して悩むことになり、売り手は得られる結果の予測が困難になる。

この問題を解決するため、本論文では入札者に財の評価値に加えて、財の再割当てによって生じる不効用を申告させ、そのうえで初期割当てと遷移規則を規定する割当て計画を作成するオークションプロトコルを提案した。提案プロトコルは社会的余剰の期待値を最大化する割当てを見つけることができる。本論文では、(1) 動的環境における再割当てを考慮に含めたオークションの枠組みを提案し、(2) Vickrey-Clarke-Grovesプロトコルを拡張することで、入札者に評価値と再割当てによる不効用を真実申告させるオークションプロトコルを提案し、(3) 提案プロトコルが事前的パレート効率的な割当てを達成できることを証明した。

より複雑な環境を扱う場合には、多くの確率変数が必要となり、計算費用の問題が深刻になるかもしれない。問題規模に関する計算複雑度の解析は今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) Dash, R.K., Jennings, N.R. and Parkes, D.C.: Computational-mechanism design: A call to arms, *IEEE Intelligent Systems*, Vol.18, No.6, pp.40-47 (2003).
- 2) Yokoo, M., Sakurai, Y. and Matsubara, S.: The Effect of False-name Bids in Combinatorial Auctions: New Fraud in Internet Auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol.46, No.1, pp.174-188 (2004).
- 3) Ito, T., Yokoo, M. and Matsubara, S.: A Combinatorial Auction among Versatile Experts and Amateurs, *Proc. 3rd International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2004)*, pp.378-385 (2004).
- 4) Porter, R., Ronen, A., Shoham, Y. and Tennenholtz, M.: Mechanism Design with Execution Uncertainty, *Proc. 18th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI-02)* (2002).
- 5) Russell, S. and Norvig, P.: *Artificial Intelligence A Modern Approach*, Prentice Hall (1995).
- 6) Kinny, D.N. and Georgeff, M.P.: Commitment and Effectiveness of Situated Agents, *Proc. 12th International Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-91)*, pp.82-88 (1991).
- 7) Mas-Colell, A., Whinston, M.D. and Green, J.R.: *Microeconomic Theory*, Oxford University Press (1995).
- 8) Fujishima, Y., McAdams, D. and Shoham, Y.: Speeding Up Ascending-Bid Auctions, *Proc. 16th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-99)*, pp.554-559 (1999).
- 9) Sandholm, T.: Algorithm for optimal winner determination in combinatorial auctions, *Artificial Intelligence Journal*, Vol.135, No.1-2, pp.1-54 (2002).
- 10) Rasmusen, E.: *Games and Information: An introduction to game theory*, 3rd edition, Blackwell Publishers (2001).
- 11) Haile, P.A.: Auctions with Private Uncertainty and Resale Opportunities, *Journal of Economic Theory*, Vol.108, No.1, pp.72-110 (2003).
- 12) Milgrom, P.: *Putting Auction Theory to Work*, Cambridge University Press (2004).
- 13) Sandholm, T.W. and Lesser, V.R.: Advantages of a Leveled Commitment Contracting Protocol, *Proc. 13th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-96)*, pp.126-133 (1996).

(平成 17 年 9 月 30 日受付)

(平成 18 年 1 月 6 日採録)



松原 繁夫 (正会員)

1990年京都大学工学部精密工学科卒業。1992年同大学大学院工学研究科修士課程修了。同年NTTに入社。2002年より2003年まで、University of California, Berkeley 客員研究員。現在、NTTコミュニケーション科学基礎研究所勤務。分散人工知能、マルチエージェントシステム、コミュニティコンピューティングに関する研究に従事。情報経済学に興味を持つ。博士(情報学)。1999年度人工知能学会全国大会優秀論文賞、2002年度人工知能学会論文賞、2003年度情報処理学会研究開発奨励賞、2005年度日本ソフトウェア科学会論文賞受賞。人工知能学会、日本ソフトウェア科学会各会員。