

# フーリエスペクトル特性を考慮した 進化型多目的最適化による少数投影CTへの応用

長舟 和馬<sup>1,a)</sup> 渡邊 真也<sup>†1,b)</sup> 塩谷 浩之<sup>†1</sup>

**概要:** 投影方向の限定された状況下におけるコンピュータ断層撮影 (Computed Tomography, CT) は、一般に少数投影 CT と呼ばれ、代表的な逆問題の 1 つとして広く知られている。本論文では、この問題を多目的最適化問題として定式化し、GS アルゴリズム (Gerchberg-Saxton algorithm) と進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) を組み合わせた手法による解決を試みた。提案手法では、一般的な EMO で用いられる遺伝的操作ではなく、本問題の特徴を考慮した独自の遺伝的操作を考案、実装し、より高い探索性能の実現を試みている。提案手法に有効性を検証するため、複雑度の異なる 2 種類の画像を対象にフィルター逆投影法 (Filtered Back Projection method, FBP method), Egiazarian らの提案する手法 (Recursive Spatially Adaptive Filtering, RSAF) との比較実験を行った。数値実験より、複雑度の高い画像に対する提案手法の優位性を確認することができた。

## 1. はじめに

一般的なコンピュータ断層撮影 (Computed Tomography, CT) では、対象の全方位からの X 線透過分布を再構成することで断面画像を構成している [1]。一方、障害物等により投影方向に制限があり、全方位からの投影が行えない状況も存在する。そのような投影方向の限定されている CT は少数投影 CT と呼ばれ、再構成に必要な情報が大幅に欠損しているため、鮮明な断面画像を獲得するためには欠損情報を適切な形で補完する必要がある。

この少数投影 CT に対しては、フィルター逆投影法 (Filtered Back Projection method, FBP method) [1]、ニューラルネットワークを用いた手法 [2], [3]、空間適応フィルタの反復適用による再構成 (Recursive Spatially Adaptive Filtering, RSAF) [4] 等、複数の手法が提案されている [5]。しかし、これらの手法では欠損情報に対する補完機能がない、欠損割合がごく限られている場合にしか正確な推定が行えない等の問題点があり、欠損情報の割合が多い場合には対応することができない。そこで、本研究ではこの少数投影 CT に対して、本問題に適した遺

伝的操作を施した進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) [6] の枠組みに基づく新たな画像再構成手法の提案を行い、欠損割合の多い場合での良質な推定画像導出を試みた。また、提案手法では局所探索手法として GS アルゴリズム [7] を組み込むことで、膨大な未知パラメータに対する効果的な最適化を実現している。

## 2. CT の原理と少数投影 CT

CT では図 1(a) に示すように、ある方向での投影から透過量を計測、全ての方向からの透過量を獲得することで、断面画像の再構成を可能にしている [1]。全ての方向からの透過量を計測することで、物体の断面における吸収値を算出することができ、物体の吸収分布を投影データ (Projection Data) と呼ぶ。実際にある方向からの投影データを獲得する場合、投影線 (Projection Line) が通過する pixel にどの程度の割合が通過しているか考慮しなければならない [8]。その算出方法には最近傍法やそれを発展させた線形補間法等、投影線 (幅 1pixel) で区切られる面積によって求める方法などがある [8] \*1。

一般的な CT では投影データから断面画像を再構成する手法が複数提案されている [1]。その代表例がフーリエ変換を利用した解析的手法であるフィルター逆投影法 (Filtered Back Projection method, FBP method) であり、一般的な

<sup>1</sup> 室蘭工業大学大学院 情報電子工学系専攻  
Graduate School of Information and Electronic Engineering,  
Muroran Institute of Technology.

<sup>†1</sup> 現在、室蘭工業大学 しくみ情報系領域  
Presently with Department of Information and Electronic  
Engineering, Muroran Institute of Technology.

a) 13054030@mmm.muroran-it.ac.jp

b) sin@csse.muroran-it.ac.jp

\*1 本論文では最後に述べた投影線 (幅 1pixel) で区切られる面積によって求める方法を採用している。

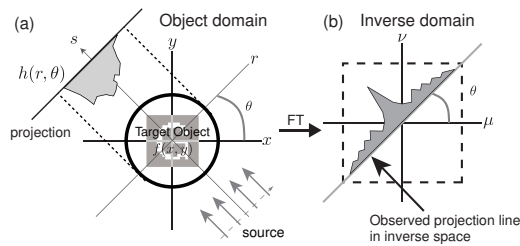


図 1 (a)The relationship between material  $f(x, y)$  and projection  $h(r, \theta)$ ,  
(b) $\theta$ -angled section in inverse domain.

CT だけではなく、少数投影 CT においても最も適用例が多い [1], [8], [9]. FBP 法では図 1 に示すように、ある方向からの投影データを逆空間の対応する角度に挿入することで再構成を可能にしている。ここで、 $(x, y)$  座標で表現される実空間を  $S$ 、 $(\mu, \nu)$  座標で表現される逆空間を  $K$  とおき、実空間上の物体関数の吸収分布を  $f(x, y)$  とすると、 $f$  のコントラストから物体内部の構造が得られるため、 $f(x, y)$  を物体関数として同一視することができる。また、ある角度  $\theta$  での投影による射影像の 1 次元フーリエ変換は、実像の 2 次元フーリエ変換における角度方向分に相当する。全ての角度からの投影像が実像のフーリエ変換に相当するため、逆フーリエ変換によって実像を再構成することが可能となる。

$(x, y)$  座標系を角度  $\theta$  回転させた座標系を  $(r, s)$  とするとき、 $f(x, y)$  の角度  $\theta$  の投影データ  $h(r, \theta)$  は以下の式 (1) で与えられる。

$$h(r, \theta) = \int_{\mathbf{R}} f(r \cos \theta - s \sin \theta, r \sin \theta + s \cos \theta) ds \quad (1)$$

光源が平行に物体に照射されるものと想定すると、射影像において対称性 ( $h(r, \theta) = h(-r, \theta + \pi)$ ) が成り立つ。図 1(a),(b) に、投影  $h(r, \theta)$  と物体関数  $f(x, y)$  のフーリエ変換との対応関係を示す。

少数投影 CT は鉛などの遮蔽物により観測が不可能、対象物が土砂に埋もれている等で観測装置が設置できないといった理由により、すべての  $\theta$  の透過量を計測できない事象を対象としている。例えば、投影方向が  $N$  方向に限定されていたとすると、実像のフーリエ変換が逆空間において不完全に与えられており、そのような限定された情報から  $f(x, y)$  を求めることに相当する。

少数投影 CT はいわゆる不完全問題の 1 種であり、解を一意に求めることは困難である。また、投影方向数が同一の場合、画像の解像度に比例して欠損情報量も増加するため正確な推定は更に困難となる。

### 3. 少数投影 CT に対する先行研究

ここでは、一般的な CT および少数投影 CT に関する主な既存手法について概説する。

#### 3.1 フィルター逆投影法

フーリエ変換を用いた解析的手法の代表例としてフィルター逆投影法 (Filtered Back Projection method, FBP method) を採り上げ、手順を以下に示す [1], [8], [9].

- Step1** 光源から照射し投影データを取得
- Step2** 得られた投影データを 1 次元フーリエ変換し、2 次元逆空間の対応する投影角度方向に挿入
- Step3** 逆空間でのフィルタリングを実行
- Step4** 投影角度ごとに 1 次元フーリエ逆変換
- Step5** 逆変換された情報を元に物体の分布関数を再構成

ここで、光源の透過による角度方向の射影像の 1 次元フーリエ変換は、実像の 2 次元フーリエ変換における角度方向分に相当する。全ての角度の投影像を元に実像のフーリエ変換が得られ、その逆フーリエ変換によって実像が再構成される。

#### 3.2 空間適応フィルタの反復適応による再構成

観測対象の信号のスパース性や圧縮可能性の仮定のもとでその少数データだけから観測信号を復元するための技術は、Compressed Sensing(もしくは Compressive Sampling)と呼ばれ、広く研究が行われている [4]. この分野において、少数投影からの復元問題は Total Variation (TV) [10] を始めとする L1 最小化問題や Sparseness を生かした画像修復方式として捉えられており、幾つかの方法が試されている。本論文では、その中から空間適応フィルタの反復適用により推定画像の修復と更新を実現する Egiazarian らの提案する手法 [11] を採り上げ提案手法との比較実験を行った。

### 4. 進化型多目的最適化手法に基づく少数投影 CT 再構成

本研究では少数投影 CT に対し、進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) と GS アルゴリズム (Gerchberg-Saxton algorithm)[7] を組み合わせた新たな再構成手法を提案する。少数投影 CT は実空間と逆空間の 2 つの空間に複数の拘束条件と評価指標が存在し、それらを同時に考慮する必要があることから、多目的最適化問題として捉えるのが自然である。また、このような特徴を持つ少数投影 CT に対して、多点に基づく反復改善手法であり、複数の評価基準を同時に評価可能な EMO が有効であると考えており、局所探索手法として GS アルゴリズム [7] を組み込むことで両空間の拘束条件適用を通じた効率の良い欠損情報の推定を試みている。

#### 4.1 アルゴリズムの流れ

本提案手法は EMO の枠組みに GS アルゴリズムを組み込んでおり、以下の手続きで実行される。

- Step1** EMO の各種パラメータの初期化と初期個体・母集団の生成
- Step2** 個体の適合度を評価
- Step3** EMO による探索
- Step4** 各個体に対する GS アルゴリズムの適用
- Step5** 終了条件判定 (条件を満たしている場合は終了, それ以外は **Step2** へ)

まず, Step1 において EMO の初期化が行われる. 本研究では設計パラメータとして少数投影 CT の逆空間情報 (逆空間での複素数値) を用いており, 逆空間での既知情報は観測情報, 欠損情報は乱数により初期化される. Step2 では, 4.4 節で詳細を示す評価関数に基づき各個体の適合度求め, Step3 で本問題に適したフーリエスペクトルを考慮した遺伝的操作を行い, Step4 において, 各個体に GS アルゴリズムを適用する. GS アルゴリズムの詳細については 4.2 節で述べるが, 実空間と逆空間の拘束条件を交互に適用する事により, パラメータ更新を実現している. 終了条件を満たすまで Step2-5 を繰り返し, 推定解の質の向上を試みている.

#### 4.2 GS アルゴリズム

本提案手法では EMO による探索過程に, GS アルゴリズム (Gerchberg-Saxton algorithm)[7] を組み込んでいる. 少数投影 CT における膨大なパラメータの更新は実質的に GS アルゴリズムにより行われており, EMO は良質な解候補を保持するための枠組みとして利用している.

GS アルゴリズム [7] は Gerchberg と Saxton によって考案された手法であり, 位相回復問題を始め幅広く利用されている [12] 手法である. この手法では, 実空間と逆空間を行き来しながら双方の空間で拘束条件や既知情報の更新を行なっている.

EMO アルゴリズム内に組み込んだ GS アルゴリズムによる解の更新手順を図 2 に示す. GS アルゴリズムを適用することで実空間, 逆空間拘束条件が適用され, 解更新も行われるが適用前後の情報にズレが生じる. そのため, 本提案手法では更新による情報のズレを低減するために, 1 回の解更新につき複数回 GS アルゴリズムを適用している.

#### 4.3 少数投影 CT に適した遺伝的操作

フーリエスペクトルは図 3 上部に示すように一定の対称性を有することが知られているため, 遺伝的操作においてこのフーリエスペクトルを陽に利用することによりさらなる探索効率の向上を期待することができる. 以下, 本研究で新たに提案する突然変異手法について説明する. なお, この他の遺伝的操作である交叉手法及び環境選択の解説は紙面の都合上省略する.

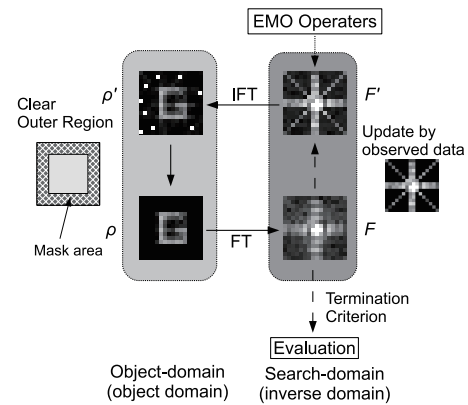


図 2 EMO-based GS diagram.

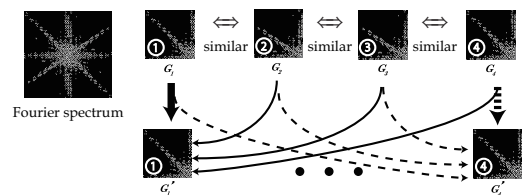


図 3 The concept figure of mutation method.

#### フーリエスペクトルを考慮した突然変異手法

提案する突然変異手法は図 3 上部にある対称性に基づき 4 分の 1 の領域ごとに画像を区分けし, 各領域の類似性を向上させる仕組みに基づいている. 具体的には, 1 つの画像を図 3 上部に示す 4 領域に分割し, 各領域に対して  $G_i(x, y), G'_i(x, y) \{i = 1, 2, 3, 4\}$  の重みづけを行い, それらの重みづけ和の値により各領域を更新する. この突然変異を利用することにより, 4 つの領域の類似性が向上し探索する設計空間を疑似的に削減する効果が見込まれるため, 大幅な探索効率の向上を期待することができる.

具体的な更新式を式 (2) に示す. 式中における  $\omega_i$  は自身の領域の重みを表しており,  $\omega_j \{j = 1, 2, 3\}$  はそれ以外の領域の重みを表している.

$$G'_i(x, y) = G_i(x, y)\omega_i + \sum_{j \in I \setminus \{i\}} G_j(x, y)\omega_j \quad (2)$$

$$s.t. 0.5 \leq \omega_i < 1.0 \quad (3)$$

$$s.t. \omega_j + \sum_{j \in I \setminus \{i\}} \omega_j = 1.0 \quad (4)$$

#### 4.4 評価関数の設定

本提案手法における設計パラメータは, 逆空間における各座標の複素数値を用いている. 例えば, 実空間で  $32 \times 32$  の解像度である場合, 任意の像のフーリエ変換も  $32 \times 32$  上の複素数値関数となり, 設計パラメータ長も  $32 \times 32$  の複素数値となる.

図 6 と図 4 に本手法が対象とする実画像空間と周波数空間の制約条件を示す. 図 6 における外枠は既に物体が存在しないことが分かっている領域 (Outer Region) であ

り、図 4 における黒い直線部分は実際に観測されたデータ部分（既知情報）を意味している。そのため、本手法ではこれら 2 種類の既知情報を元に図 4 における白い領域を正しく推定することが目的となる。

ここでは実空間で 3 種類、周波数空間で 1 種類の評価基準を設定し、各空間ごとに評価基準を組み合わせた 2 目的最適化問題として定式化を行った。各評価基準は各空間における拘束条件の違反量に基づいて算出されている。

実空間における評価基準は、既知領域上で非負の有無 ( $E_{out}(g)$ )、実空間の虚部データに非負の有無 ( $E_{image}(g)$ )、既知領域以外（実データ領域）に負数の有無 ( $E_{pos}(g)$ ) の 3 点であり、周波数空間においては観測データとなる少数のライン上と探索で推定したライン上のデータの差分 ( $E_{diff}(G)$ ) を評価基準とした。設定した目的関数を以下に示す。

### 目的関数

上述の実空間、逆空間の評価基準から設定する違反量を用いており、以下に示す 2 目的最適化問題として少数投影 CT を定式化した。

$$\min f_1 = E_{out}(g) + E_{image}(g) + E_{pos}(g), \quad (5)$$

$$\min f_2 = E_{diff}(G). \quad (6)$$

## 5. 数値実験

提案手法の有効性を検証するため、解像度を  $256 \times 256$ px とした複雑度の異なる 2 種類の画像に対して数値実験を行った。また、3.1 節で解説した FBP 法、3.2 節で解説した RSAF との比較による優位性の検証を行った。

事前の数値実験より、提案手法では最終世代の個体群を平均化した結果の方が得られたいずれの最終個体よりも良好であることが確認されており、本実験においても提案手法により得られた解候補は最終世代の解候補を平均化したものを用いている。この事の確認も行う。

### 5.1 実験設定

EMO アルゴリズムとして実数値型 NSGA-II(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)[13] を使用し、突然変異手法として 4.3 節で解説した手法を用いた。また、交叉手法と環境選択手法についても本問題に特化した手法を利用した。

問題設定における既知情報である投影方向としては、4, 8, 16, 32 方向の 4 つの場合について実験を行った。4 方向 ( $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ) の場合における投影情報の例を図 4 に示す\*2。ここでは、原画像をフーリエ変換し、投影方向に該当する部位のみを既知（観測データ）、それ以外の部分については未知として扱った。

\*2 4 種類の方向の具体的な投影線は図 5(a)～図 5(d) に示す。

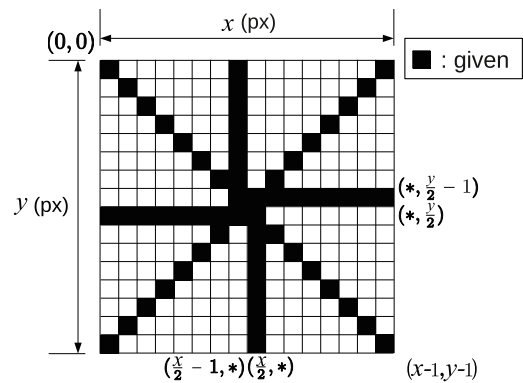


図 4 Image of given information.

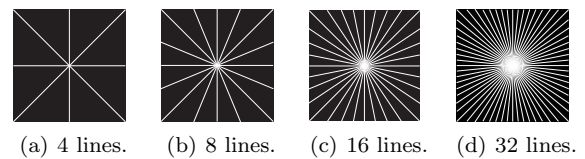


図 5 Projection lines.

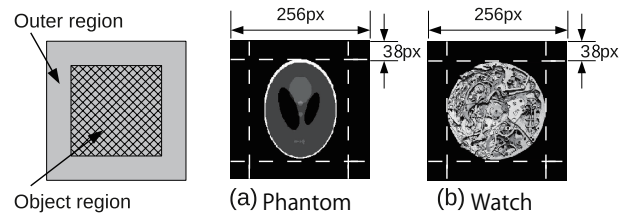


図 6 Original objects and image of outer region.

ここで、RSAF において推奨される繰り返しは画像に依存するもののおよそ 1～8 万回である [4] ことから一律に 8 万回の繰り返し回数とした。

### 5.2 設定パラメータ

本提案手法では設定パラメータとして個体数を 100、世代数を 50、交叉率を 1.0、突然変異率を 0.05、試行数を 30、GS アルゴリズムの回数を 25 回と設定した。

### 5.3 対象問題の画像

使用した 2 枚の実験画像を図 6 に示す。図 6(a) の Phantom 画像は単純な画像の例として採用し、図 6(b) の Watch 画像は隣接する pixel 同士の輝度の差が大きいため複雑な画像の例として採用した。各画像はどちらも 8bit(256 階調グレースケール)、解像度  $256 \times 256$ px であり、Outer Region として幅 38pixels の外枠を設けた。なお、Outer Region については物体の存在領域と Outer Region の面積比を約 1:1 となるように設定した。

### 5.4 評価基準

本論文では解像度  $M \times N$  の原画像  $f$  と推定画像  $g$  の異なり具合を定量的に評価するため、推定した実画像の評価として式 (8) に示す PSNR 値を設定した。本実験で算出す

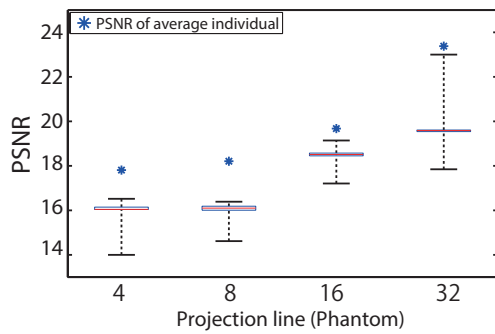


図 7 The boxchar about population and avg. individual's PSNR value(Phantom).

る PSNR 値は一般的に使用される PSNR 値と同じであり、最大値は最大輝度 (今回はグレースケールのため 255) である。

$$MSE = \frac{1}{M N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \{f(i, j) - g(i, j)\}^2, \quad (7)$$

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{MAX^2}{MSE} \right). \quad (8)$$

### 5.5 実験結果

数値実験の結果として、FBP 法、RSAF、提案手法の結果を示す。

また、本提案手法では最終結果をアーカイブ個体群の平均化した結果と定義している。次節でこの結果について述べる。

#### 5.5.1 提案手法の最終世代の個体群を平均化した結果に関する分析

本論文では提案手法の結果を得られたアーカイブ個体群の平均化した結果と定義している。これは、事前実験において平均化して求めた解候補がそのどの個体よりも優れた個体であったためである。図 7 に Phantom 画像に対するボックスチャート図を示す。図 7 から分かるように、平均化した個体の PSNR 値はその個体群に含まれるどの個体より明らかに優れている事が分かる。これは、与えられた既知情報だけでは真の解を正しく推定することができない不完全問題の特性によるものと推察され、複数の解候補の持つ情報を統合して扱うことで既知情報にはない推定のための手がかりを間接的ながら推定できることを示唆しているものと思われる。

さらに、実際の推定画像からの検証として、4 方向、32 方向からの投影による平均化個体と個体群の評価値が最高値、最低値となった個体の実画像について比較を行った。Phantom 画像に関する結果を図 8 に示す。

いずれの結果からも、平均化した個体と最良値の個体による推定画像に大きな差は見られないものの、平均化した個体と最悪値の個体による推定画像では明らかに優位な差が存在することが分かる。

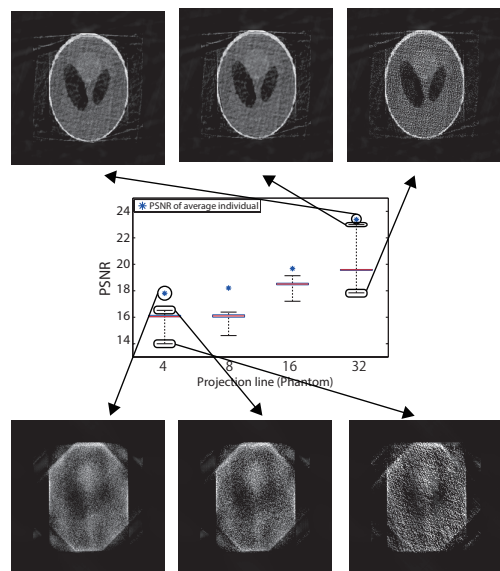


図 8 The averaged individual, minimum and maximum ones of evaluation value about Phantom image(projection line:4).



図 9 The results about Phantom image from 4 projection lines.

以降議論する結果画像もアーカイブ個体群の全てを平均化した個体を利用している。

#### 5.5.2 各対象問題に対する FBP 法、RSAF、提案手法の結果の分析

対象問題として図 6 に示した Phantom 画像と Watch 画像に対する FBP 法、RSAF、提案手法の結果の分析を行う。なお、紙面の都合上、4 方向と 32 方向における投影に対する各手法の結果を図 9～図 12 に示す。PSNR 値に関しては各手法の各方向ごとに表 1 に示す。

図 9～図 12 の (a) に示した FBP 法の結果と図 9～図 12 の (c) の提案手法の結果を比べると明らかに提案手法が優れていることが分かる。また、図 9～図 12 の (b) に示した RSAF の結果と図 9～図 12 の (c) の提案手法の結果を観察すると単純な画像である Phantom 画像については RSAF が提案手法に比べて優れた再構成結果を出しているが、複雑な画像である Watch 画像については提案手法が優れていることが分かる。

これらの傾向は真の画像との誤差である表 1 に示した PSNR 値からも読み取ることができ、FBP 法は他の 2 手法に比べ大きく劣っている一方、単純な画像である Phantom 画像については RSAF は提案手法に比べ相対的に優位な値を示しており、複雑な画像である Watch 画像では提案手法がいずれの手法よりも優れていることが。



図 10 The results about Phantom image from 32 projection lines.

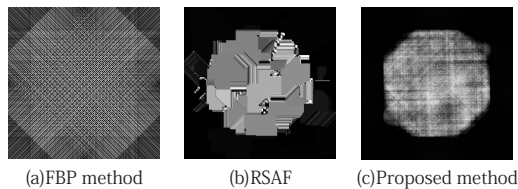


図 11 The results about Watch image from 4 projection lines.



図 12 The results about Watch image from 32 projection lines.

表 1 The results of PSNR value.

# projections	Method	PSNR values	
		Phantom	Watch
4	FBP method	12.589	8.629
	RSAF	18.696	12.925
	<b>Proposed method</b>	<b>17.809</b>	<b>14.001</b>
8	FBP method	13.891	8.853
	RSAF	21.073	13.241
	<b>Proposed method</b>	<b>18.208</b>	<b>13.285</b>
16	FBP method	14.082	9.001
	RSAF	24.109	14.226
	<b>Proposed method</b>	<b>19.676</b>	<b>14.462</b>
32	FBP method	15.663	9.45
	RSAF	24.215	15.983
	<b>Proposed method</b>	<b>23.306</b>	<b>16.937</b>

## 6. まとめ

本論文では少数投影 CT に対し、進化型多目的最適化手法 (Evolutionary Multi-criterion Optimization, EMO) と GS アルゴリズム (Gerchberg-Saxton algorithm) を組み合わせた新たな画像再構成手法の提案を行った。また、EMO で用いられる遺伝的操作についても本問題に適した手法を実装した。提案手法は投影方向が限定されている条件下で効率良く、良質な複数の解候補を求めることを目的としている。

2 種類の異なる複雑度の画像を用いて数値実験を行った結果、以下の事柄を明らかにすることができた。

- 提案手法において得られた複数の解候補から平均画像を作成することで、得られた解候補以上の良質な画像を導出
- FBP 法のように欠損情報を推定しない手法と比べ、すべての問題においてより高品質な画像を導出
- RSAF のようにブロックマッチング法を利用した手法に比べ、隣接する pixel の輝度差が大きい複雑な画像において優れた画像を推定

今後は、提案手法の計算時間が 1 試行につき 50 時間を超えるといった問題もあるため並列化などの高速化について検討を進めたいと考えている。また、得られる投影方向に強い偏りが存在する場合など様々なケースを想定した検証についても実験する必要があると考えている。

## 参考文献

- [1] 中村 実ほか：CT システム入門コンピュータ断層撮影の理論と実際，マグブロス出版 (1991).
- [2] 馬笑峰，竹田辰興：ニューラルネットワークによる CT 像再構成法，日本応用数理学会論文誌，Vol. 10, No. 2, pp. 145-161 (2000).
- [3] 寺西大，川島賢太，山岸公基：ニューラルネットワークトモグラフィを用いた古文化財刀剣象嵌の復元，インテリジェント・システム・シンポジウム講演論文集，pp. 323-326 (2008).
- [4] 平林 晃：Compressed Sensing: 基本原理と最新研究動向，電子情報通信学会技術研究報告. VLD, VLSI 設計技術，Vol. 109, pp. 55-60 (2009).
- [5] Verhoeven, D.: Limited-data computed tomography algorithms for the physical sciences, *Applied optics*, Vol. 32, No. 20, pp. 3736-3754 (1993).
- [6] Deb, K.: *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, Wiley (2001).
- [7] Gerchberg, R. W. and Saxton, W. O.: A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures, *Optik*, Vol. 35, pp. 237-246 (1972).
- [8] 篠原広行：エクセルによる画像再構成入門，医療科学社 (2007).
- [9] 橋本雄幸，篠原広行：C 言語による画像再構成の基礎，医療科学社 (2006).
- [10] Guichard, F. and Malgouyres, F.: Total Variation Based Interpolation., *Proceedings of Eusipco'98*, Elsevier North-Holland, Inc, pp. 1741-1744.
- [11] Egiastian, K., Foi, A. and Katkovnik, V.: Compressed sensing image reconstruction via recursive spatially adaptive filtering, *Image Processing, 2007. ICIP 2007. IEEE International Conference on* (2007).
- [12] Fienup, J.R.: Phase retrieval algorithms: a comparison, *Applied Optics*, Vol. 21, No. 15, pp. 2758-2769 (1982).
- [13] Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A. and Meyarivan, T.: A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II, *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*, Springer, pp. 849-858 (2000).