情報処理学会論文誌　Vol.55　No.5　1568–1572 (May 2014)

テクニカルノート

ダイバージェンスが定める議席配分方式

一森 哲男[1,a)]

受付日 2013年11月18日, 採録日 2014年1月8日

概要：議員定数配分問題とは人口に比例して議席を配分する問題であり，これはアメリカ合衆国憲法第 1 条に規定されている．この問題は大変難しく今日でも未解決となっている．20 世紀に入ってから，この問題は，人口比例を実現する配分方式として，Hill 方式か Webster 方式かという二者択一問題に収斂したものの，いまだその決着はついていない．本ノートはその理由を情報理論を用いて説明する．具体的には，いくつかの f ダイバージェンス間の支配関係から，Hill 方式と Webster 方式に対応するダイバージェンスのみが他の配分方式（緩和除数方式）のダイバージェンスを支配することを示す．

キーワード：議員定数配分問題，f ダイバージェンス，アルファ・ダイバージェンス，全変動距離

Apportionment Methods Induced by Divergences

Tetsuo Ichimori[1,a)]

Received: November 18, 2013, Accepted: January 8, 2014

Abstract: Apportionment means the allocation of seats in a legislature, based proportionally on the population of electoral districts. We have been seeking a systematic method for a long time by which the allocation is to be done properly. In the end, two methods (Hill's and Webster's methods) of apportionment have been considered most desirable. However, it is open which method is more proper. Here we will try to explain in this note why these two methods are superior to others and why we cannot tell which is superior, Hill's or Webster's.

Keywords: apportionment, f-divergence, α-divergence, total variation distance

1. はじめに

文献 [1] により，f ダイバージェンスと議席配分方式の関係が明らかにされ，議員定数配分問題をダイバージェンスの観点から研究することが可能になった．すなわち，数理政治学上の重要な問題が情報理論の土俵の上で議論することができるようになった．一方，最近の研究 [2] において，f ダイバージェンス間どうしの大小関係を表す不等式がいくつか導かれている．それらの中に，次の 2 つの不等式

$$D_\alpha \geq \frac{1}{2}V^2 \ \ (-1 \leq \alpha \leq 2), \quad \alpha D_\alpha \leq \beta D_\beta \ \ (\alpha \leq \beta)$$

が含まれている．ただし，記号と式の説明は 2 章と 5 章で述べる．これらの不等式は，特殊な場合として Pinsker の不等式 [3] を含み，情報理論において興味ある関係を示しているが，議員定数配分問題ではそれ以上に興味ある関係を与えている．

議員定数配分問題はどこの国にもある，重要な問題である．たとえば，わが国では 1 票の価値の問題として，しばしば，マスコミに取り上げられている．問題そのものを理解することは簡単で，単に，人口に比例して議席を配分するだけである．言い換えれば，人口比例を実現する配分方式を見つけることである．ところが，実際に，この問題の解決を試みると，さまざまな困難に出会う．単純なところでは，議席の値は整数値でなければならず，完全に人口に比例して議席を配分することは不可能である．今日でも，この問題は 200 年以上にわたり未解決問題である．しかしながら，ここ 100 年間はその解として，つまり，人口比例を実現する配分方式として，Hill 方式か Webster 方式かという二者択一問題に収斂しつつある．しかし，それでも，

[1] 大阪工業大学
Osaka Institute of Technology, Hirakata, Osaka 573–0196, Japan
[a)] ichimori@is.oit.ac.jp

いまだその決着はついていない．本論文の目的は，その理由を情報理論を用いて説明することである．すなわち，無限にある配分方式（緩和除数方式）の中から，なぜ，Hill 方式と Webster 方式だけが議論の対象となっているのか？また，どうして両者の優劣が決まらないのかを説明する．

2. ダイバージェンス

本論文では，Chernoff のアルファ・ダイバージェンス [4] と全変動距離（ℓ_1 距離）を議論の対象にする．以下に，それらの定義を与える．

最初に，関数 $\psi_\alpha(x)$（$x \geq 0$）を定義する．$x > 0$ に対して，

$$\psi_\alpha(x) = \begin{cases} x \log x - (x-1) & \alpha = 1 \text{ のとき} \\ -\log x + (x-1) & \alpha = 0 \text{ のとき} \\ \dfrac{x^\alpha - 1}{\alpha(\alpha-1)} - \dfrac{x-1}{\alpha-1} & \alpha \neq 1, 0 \text{ のとき} \end{cases} \tag{1}$$

とし，$x = 0$ に対して，

$$\psi_\alpha(0) = \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha}, & \alpha > 0 \\ +\infty, & \alpha \leq 0 \end{cases} \tag{2}$$

とする．

整数 $s \geq 2$ と $h \geq 1$ が与えられたとき，2 つの分布

$$A = (a_1, \ldots, a_s), \;\; Q = (q_1, \ldots, q_s)$$

を考える．ただし，$S = \{1, \ldots, s\}$ として，A は非負の要素 $a_i \geq 0$（$i \in S$）を持ち，Q は正の要素 $q_i > 0$（$i \in S$）を持つ．さらに，$\sum_{i \in S} a_i = \sum_{i \in S} q_i = h$ を満たす．以下では特に断らない限り，記号 A と Q は，少なくとも，これらの条件を満たす分布と仮定する．

このとき，分布 A から Q へのアルファ・ダイバージェンスは

$$D_\alpha(A||Q) = \sum_{i \in S} q_i \psi_\alpha \left(\frac{a_i}{q_i} \right) \tag{3}$$

と定義され，逆に，Q から A へのアルファ・ダイバージェンスは $D_\alpha(Q||A) = \sum_{i \in S} a_i \psi_\alpha(q_i/a_i)$ と定義される．ただし，

$$0\psi_\alpha \left(\frac{q_i}{0} \right) = \begin{cases} +\infty, & \alpha \geq 1 \\ \dfrac{q_i}{1-\alpha}, & \alpha < 1 \end{cases} \tag{4}$$

と約束する [5]．

分布 A と Q の間の全変動距離（ℓ_1 距離）は

$$V(A||Q) = \sum_{i \in S} |a_i - q_i| \tag{5}$$

と定義されている．アルファ・ダイバージェンスも全変動距離もどちらも，その値は非負であり，値が 0 となるのは 2 つの分布が完全に一致するとき，および，そのときのみである．

アルファ・ダイバージェンス (3) は，分布に関して対称ではなく，つまり，$D_\alpha(A||Q) \neq D_\alpha(Q||A)$ であるため，数学で定義される距離ではない．しかしながら，しばしば，これを A から Q への有向距離という．$\alpha = 1$ のときのアルファ・ダイバージェンスは Kullback-Leibler ダイバージェンス [6]，あるいは，KL ダイバージェンスという．$\alpha = 0$ のときは，逆 KL ダイバージェンス，$\alpha = 2$ では Pearson のカイ二乗ダイバージェンス [7]，$\alpha = -1$ のときは，Neymann のカイ二乗ダイバージェンスという．

アルファ・ダイバージェンスでは，等式

$$D_\alpha(A||Q) = D_{1-\alpha}(Q||A) \tag{6}$$

が成り立つことは容易に確かめられる [5]．この等式が成り立つという意味で，$D_\alpha(A||Q)$ と $D_{1-\alpha}(A||Q)$ は互いに双対といわれる．だから，KL ダイバージェンスと逆 KL ダイバージェンス，および，Pearson のカイ二乗ダイバージェンスと Neymann のカイ二乗ダイバージェンスは互いに双対という．

一方，全変動距離 (5) は分布に関して対称で，$V(A||Q) = V(Q||A)$ となっている．さらに，三角不等式も成り立つので，数学でいうところの距離となっている．アルファ・ダイバージェンスも全変動距離もどちらも Csiszár の f ダイバージェンス [8]（これは Ali-Silvey 距離 [9] ともいわれる）の主要なメンバである．

3. 議員定数配分問題

アメリカ合衆国の憲法の第 1 条では，連邦の下院議員は州の人口に比例して各州に配分されることが明記されている．これを議員定数配分問題と呼んでいる．このため，アメリカでは 1790 年から 10 年ごとに国勢調査が実施され，連邦下院議員の配分が行われている．また，ヨーロッパでよく用いられている比例代表制でも，本質的には，同じ問題が発生している．すなわち，政党を州と読み替え，政党の得票を州人口と読み替えれば，両者は完全に同一問題となる．

$s \geq 2$ を州の数とし，$h \geq 1$ を議席総数とする．州 i の人口を $p_i \geq 1$ とすれば，州 i の受け取るべき議席の理想値 $q_i > 0$ は

$$q_i = h \times \frac{p_i}{\pi} \tag{7}$$

となる．ここで，$\pi = \sum_{i \in S} p_i$ は総人口で $S = \{1, \ldots, s\}$ は州の集合である．この理想値，すなわち，完全比例値を，しばしば，州 i の取り分と呼んでいる．取り分は一般には整数ではなく，取り分をどのような整数に丸めるかは重要である．取り分の小数部分を切り捨てれば，その州は理想より少なく代表され，逆に，切り上げれば，理想より多く

代表される．

議員定数配分問題で，従来より，大きな問題となっているのは人口の多い州（大州）と人口の少ない州（小州）の間の配分におけるバランスの問題である．アメリカで 1790 年から 50 年間使用された Jefferson 方式（わが国では D'Hondt 方式と呼ばれている）は取り分が 38.6 の大州に対し 40 議席，32.5 の大州に対し 34 議席を配分した．一方，取り分が小さな小州には，ほぼすべて，取り分の小数部分を切り捨てた議席を与えた．つまり，Jefferson 方式は大州に有利で，小州に不利となっている．言い換えれば，同方式は大州に大きな偏りを有している．そのため，配分方式は偏りの少ない Webster 方式や最大剰余法（戦後，わが国では地域に議席を配分する場合に必ず使用されている）へと変わっていった．しかしながら，1880 年の国勢調査結果に基づき，議席配分を検討していると，奇妙な現象に議会は気付いた．すなわち，Alabama パラドックスである．議席総数が 299 のときの Alabama 州への配分議席数は 8 であったのに，総数を 300 に増加させると同州には 7 議席しか配分されないのである．パイが大きくなるのに配分される量（議席数）が減るのである．この現象はアメリカ議会に大きな打撃を与え，このような現象を引き起こす配分方式（最大剰余法）はアメリカでは使われることがなくなった．

4. ダイバージェンスと議席配分方式

新たな配分方式のクラスとして緩和除数方式 [10] が提案されているが，最近の研究 [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17] により，配分方式として非常に好ましい性質を持つことが判明している．たとえば，このクラスに属する配分方式はすべて Alabama パラドックスのような奇妙な現象を避けるだけでなく，離散最適化問題として配分方式を定義したとき，配分される議席数を（整数ではなく）実数に緩和すると，議席数と人口が完全に比例するという性質を持つ．さらに，そのような性質を持つ配分方式は緩和除数方式だけであることが証明されている [16]．このような意味において，配分方式を緩和除数方式に限定することは妥当なことと考えられている [18]．

文献 [1] によれば，緩和除数方式はアルファ・ダイバージェンスに 1 対 1 に対応（全単射）する．いま，$A=(a_1,\ldots,a_s)$ を議席の分布と見なし，$Q=(q_1,\ldots,q_s)$ を取り分の分布と見なす．このとき，$\mathbb{Z}_0$ を非負の整数の集合として，制約：

$$a_i \in \mathbb{Z}_0 \ \ (i \in S) \quad \text{かつ} \quad \sum_{i\in S} a_i = h \tag{8}$$

のもとで，Q を固定したアルファ・ダイバージェンス $D_\alpha(A||Q)$ を最小にする $A=(a_1,\ldots,a_s)$ は緩和除数方式による議席配分を与え，パラメータ α を持つ緩和除数方式の定める議席配分 A は制約 (8) のもとで $D_\alpha(A||Q)$ を最小にする．このような意味において，緩和除数方式とアルファ・ダイバージェンスを同一視する．

表 1 配分方式とダイバージェンスの対応

Table 1 Correspondence between methods and divergences.

配分方式	ダイバージェンス
緩和除数方式	アルファ・ダイバージェンス
最大剰余法	全変動距離
Hill 方式	Neymann のカイ二乗ダイバージェンス
TS 方式	逆 KL ダイバージェンス
Theil 方式	KL ダイバージェンス
Webster 方式	Pearson のカイ二乗ダイバージェンス

$\alpha=-1$ のときの緩和除数方式は Hill 方式と呼ばれ，1940 年から現在まで，アメリカの下院議員の配分に使用されている．$\alpha=2$ の配分方式は Webster 方式と呼ばれ，Hill 方式より以前に使用されていた．$\alpha=0$ の配分方式の提案者は Theil and Schrage [20] であるので，これを TS 方式と呼ぶ．同様に，$\alpha=1$ の配分方式の提案者は Theil [21] であるので，これを Theil 方式と呼ぶ．

最大剰余法は Alabama パラドックスを許すため，アメリカでは使われなくなったが，わが国をはじめ，現在も使用している国は多い．配分の基本的な考えは，取り分の値を普通に四捨五入に近い形で整数に丸めることで，分かりやすく，大州・小州への偏りも小さいことが経験的に知られている．最大剰余法による議席配分 A は制約 (8) のもとで，全変動距離 $V(A||Q)$ を最小にし，逆に，制約 (8) のもとで，$V(A||Q)$ を最小にする A は最大剰余法の議席配分となる．よって，以前と同じように，最大剰余法を全変動距離と同一視する．さらに，この方式は p ノルム

$$\left(\sum_{i\in S}|a_i-q_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} \quad (p \geq 1)$$

を最小にし，その逆も成り立つ．最大剰余法はこのように，きわめて自然な意味で，配分 A を取り分 Q に接近させている．

ここで述べた配分方式とダイバージェンスの対応を**表 1** に与える．

5. 2 つのダイバージェンス間の不等式の含意

1 章で与えた最初の不等式は

$$D_\alpha(A||Q) \geq \frac{1}{2}\{V(A||Q)\}^2 \quad (-1 \leq \alpha \leq 2)$$

を表している．これまでの説明から，この不等式は Hill 方式（$D_{-1}(A||Q)$）と Webster 方式（$D_2(A||Q)$）および最大剰余法（$V(A||Q)$）に関連していることが読み取れる．これはパラメータ α が -1 から 2 の範囲で，議席の分布 A から取り分の分布 Q までの有向距離（アルファ・ダイバージェンス）の値が全変動距離の 2 乗の半分より大きいことを意味している．このとき，文献 [19] の用語を借りれば，

アルファ・ダイバージェンスは全変動距離の 2 乗を支配するといい，Q を定数とし，A を変数としたとき，アルファ・ダイバージェンス $D_\alpha(A||Q)$ の最小化は，A，Q 間の全変動距離 $V(A||Q)$ を小さくすることを意味する．

議員定数配分問題の用語でいえば，Hill 方式から Webster 方式までの，すなわち，パラメータ α が -1 から 2 までの緩和除数方式は最大剰余法を支配し，それぞれの配分方式の与える配分は，全変動距離で測ったときの議席の分布 A と取り分の分布 Q の距離を小さくしている．つまり，Hill 方式から Webster 方式の緩和除数方式の配分はそれぞれ，議席の配分 A を取り分の分布 Q に十分に近づけていることを意味する．

2 番目の不等式は

$$\alpha D_\alpha(A||Q) \le \beta D_\beta(A||Q) \quad (\alpha \le \beta)$$

を表している．$-1 \le \alpha \le 2$ の範囲で，これを書き直すと

$$D_2(A||Q) \ge \frac{\alpha}{2} D_\alpha(A||Q) \quad (0 < \alpha \le 2)$$
$$D_{-1}(A||Q) \ge (-\alpha) D_\alpha(A||Q) \quad (-1 \le \alpha < 0)$$

が得られる．すなわち，$\alpha = 2$ を持つ Webster 方式は $0 < \alpha < 2$ の範囲の緩和除数方式を支配し，$\alpha = -1$ を持つ Hill 方式は $-1 < \alpha < 0$ の範囲の緩和除数方式を支配する．ただし，$\alpha = 0$ の TS 方式は両方式に支配されていない．

さらに，この式は，分布 A と Q を入れ替えると，

$$\alpha D_\alpha(Q||A) \le \beta D_\beta(Q||A) \quad (\alpha \le \beta)$$

の関係が得られる．双対性 (6) より

$$\alpha D_{1-\alpha}(A||Q) \le \beta D_{1-\beta}(A||Q) \quad (\alpha \le \beta)$$

となり，$u = 1 - \alpha$，$v = 1 - \beta$ とおくと，

$$(1-u) D_u(A||Q) \le (1-v) D_v(A||Q) \quad (u \ge v)$$

が得られる．この式から，以前と同様の関係式

$$D_2(A||Q) \ge (\alpha - 1) D_\alpha(A||Q) \quad (1 < \alpha \le 2)$$
$$D_{-1}(A||Q) \ge \frac{1-\alpha}{2} D_\alpha(A||Q) \quad (-1 \le \alpha < 1)$$

が得られる．すなわち，Webster 方式は $1 < \alpha < 2$ の範囲の緩和除数方式を支配し，Hill 方式は $-1 < \alpha < 1$ の範囲の緩和除数方式を支配する．今度は，$\alpha = 1$ の Theil 方式が両方式に支配されていないが，$\alpha = 0$ の TS 方式は Hill 方式に支配されていることに注意する．

以上のことから，$-1 \le \alpha \le 2$ の緩和除数方式の中で，Hill 方式と Webster 方式だけが両者で他の緩和除数方式，つまり，$-1 < \alpha < 2$ の緩和除数方式をすべて支配していることが分かる．一方，Hill 方式と Webster 方式は互いを支配することができない．このことは，次の簡単な数値例を作ることにより確認できる．

Hill 方式が Webster 方式を支配すると仮定すれば，任意の分布 A と Q に対し，$D_{-1}(A||Q) \ge c D_2(A||Q)$ となる正の定数 c が存在する．いま，$A = (1, 1)$，$Q = (q, 2-q)$（$0 < q < 2$）とする．ここで，$A = (1, 1)$ は Hill 方式による議席の配分になっていることに注意する．このとき，式 (1) と (3) を用いると，

$$\begin{aligned} D_{-1}(A||Q) &= q\psi_{-1}(1/q) + (2-q)\psi_{-1}(1/(2-q)) \\ &= (q-1)^2, \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} D_2(A||Q) &= q\psi_2(1/q) + (2-q)\psi_2(1/(2-q)) \\ &= (q-1)^2/(q(q-2)) \end{aligned}$$

の関係が得られる．ここで，$q \to +0$ とするとき，$D_{-1}(A||Q) \to 1$ および $D_2(A||Q) \to +\infty$ となり，上記の不等式を満たす正の定数 c は存在しないことが分かる．また，逆に，Webster 方式が Hill 方式を支配すると仮定すれば，任意の分布 A と Q に対し，$D_2(A||Q) \ge c' D_{-1}(A||Q)$ となる正の定数 c' が存在する．いま，$A = (0, 1)$，$Q = (0.5, 0.5)$ とすれば（もちろん，$A = (0, 1)$ は Webster 方式による議席配分でもある），式 (1) と (2) および (3) を用いると，$D_2(A||Q) = 0.5\psi_2(0/0.5) + 0.5\psi_2(1/0.5) = 1/2$ および $D_{-1}(A||Q) = 0.5\psi_{-1}(0/0.5) + 0.5\psi_{-1}(1/0.5)$ の関係が得られる．ここで，$\psi_{-1}(0) = +\infty$，$\psi_{-1}(2) = 1/4$ に注意すると，上記の不等式を満たす正の定数 c' は存在しないことが分かる．結局，Hill 方式と Webster 方式は互いを支配することができず，両者の優劣の判断を難しくしている．よって，Hill 方式と Webster 方式だけが，二者択一の議論の対象となっていると考えられる．

Hill 方式と Webster 方式の優劣のつかない別の理由としては，両方式の対応するダイバージェンスが互いに双対となっていることである．すなわち，Hill 方式は $D_{-1}(A||Q) = D_2(Q||A)$ を最小にするが，Webster 方式は $D_2(A||Q) = D_{-1}(Q||A)$ を最小にする．前者は $D_2(Q||A)$ を最小化し，後者は $D_2(A||Q)$ を最小化する．Q から A への有向距離を最小にするのと A から Q への有向距離を最小にするのでは，どちらが適切であるかの判断を下すのが難しい．よって，両者の優劣を付けることは難しい．

6. おわりに

アメリカでは，議員定数配分問題は 200 年以上にわたり絶えず，そして，激しく論争されてきた．しかしながら，20 世紀になってからは，その論争は Hill 方式か Webster 方式かという二者択一に収斂してきた．Hill 方式は現在アメリカの下院議員の配分に使用されている配分方式であり，Webster 方式は Hill 方式の前に使われていた配分方式であ

情報処理学会論文誌　Vol.55　No.5　1568–1572 (May 2014)

る．1992 年に連邦最高裁判所で Hill 方式と Webster 方式の優劣が議論されたが，裁判では両者の優劣に関する判断が下されなかった．結局，議員定数配分問題は Hill 方式か Webster 方式かという二者択一問題の形で，約 100 年間議論され続けている．言い換えれば，約 100 年間，両者は優劣の決着がつけられていない．

本論文では，その議論の対象が Hill 方式と Webster 方式に限定されている理由，および，両者の優劣の決着のつかない理由を情報理論の立場から説明した．Hill 方式と Webster 方式を含む，$-1 \le \alpha \le 2$ の範囲のすべての緩和除数方式のダイバージェンスは最大剰余法の定めるダイバージェス（全変動距離）を支配するため，これらの配分方式は十分に議席 A を取り分 Q に接近させている．さらに，Hill 方式と Webster 方式のダイバージェンスは，$-1 < \alpha < 2$ の範囲のすべての緩和除数方式のダイバージェンスを支配する．だから，議論の対象は Hill 方式と Webster 方式だけとなる．しかしながら，両者はお互いに支配することはできず，かつ，双対でもあるので，結果として，Hill 方式と Webster 方式の優劣は決められない．

参考文献

[1] 一森哲男：分布間ダイバージェンスと議席配分方式の関係について，情報処理学会論文誌，Vol.54, No.8, pp.1988–1995 (2013).

[2] 一森哲男：いくつかの f ダイバージェンス間の不等式について，情報処理学会論文誌，Vol.54, No.11, pp.2344–2348 (2013).

[3] Pinsker, M.S.: *Information and Information Stability of Random Variables and Processes*, Holden-Day, San Francisco (1964).

[4] Chernoff, H.: A Measure of Asymptotic Efficiency for Tests of a Hypothesis Based on a Sum of Observations, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.23, No.4, pp.493–507 (1952).

[5] Cichocki, A. and Amari, S.: Families of Alpha- Beta- and Gamma-Divergences: Flexible and Robust Measures of Similarities, *Entropy*, Vol.12, pp.1532–1568 (2010).

[6] Kullback, S. and Leibler, R.A.: On Information and Sufficiency, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.22, No.1, pp.79–86 (1951).

[7] Pearson, K.: On the Criterion That a Given System of Deviations from the Probable in the Case of a Correlated System of Variables is Such That it can be Reasonably Supposed to Have Arisen from Random Sampling, *Philosophical Magazine*, Vol.50, No.302, pp.157–172 (1900).

[8] Csiszár, I.: Information-type Measures of Difference of Probability Distributions and Indirect Observation, *Studia Sci. Math. Hungarica*, Vol.2, pp.299–318 (1967).

[9] Ali, S.M. and Silvey, S.D.: A General Class of Coefficients of Divergence of One Distribution from Another, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, Vol.28, pp.131–142 (1966).

[10] Ichimori, T.: Relaxed Divisor Methods and Their Seat Biases, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, No.1, pp.63–72 (2012),

[11] Ichimori, T.: New Apportionment Methods and Their Quota Property, *JSIAM Letters*, Vol.2, pp.33–36 (2010).

[12] 一森哲男：連続平等性と対称性の観点からみた議員定数配分方法と大域的最適化問題，日本応用数理学会論文誌，Vol.21, No.1, pp.103–124 (2011).

[13] Ichimori, T.: On Rounding off Quotas to the Nearest Integers in the Problem of Apportionment, *JSIAM Letters*, Vol.3, pp.21–24 (2011).

[14] 一森哲男：レニーのエントロピーを最大にする議席配分方式について，日本応用数理学会論文誌，Vol.22, No.3, pp.81–96 (2012).

[15] Ichimori, T.: A Note on Relaxed Divisor Methods, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, No.4, pp.225–234 (2012).

[16] 一森哲男：議員定数配分問題の離散最適化による解法について，日本応用数理学会論文誌，Vol.23, No.1, pp.15–35 (2013).

[17] 一森哲男：緩和除数方式の比例性と歴史上の 5 方式との関係について．日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌，Vol.56, pp.1–14 (2013).

[18] 薩摩順吉，大石進一，杉原正顯（編）：応用数理ハンドブック，朝倉書店 (2013).

[19] Botev, Z.I. and Kroese, D.P.: The Generalized Cross Entropy Method, with Applications to Probability Density Estimation, *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol.13, No.1, pp.1–27 (2011).

[20] Theil, H. and Schrage, L.: The Apportionment Problem and the European Parliament, *European Economic Reviews*, Vol.9, No.3, pp.247–263 (1977).

[21] Theil, H.: The Desired Political Entropy, *American Political Science Review*, Vol.63, No.2, pp.521–525 (1969).

一森 哲男　（正会員）

昭和 28 年生．昭和 57 年大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻博士後期課程修了．同年広島大学工学部助手．昭和 60 年より大阪工業大学工学部専任講師．昭和 63 年より大阪工業大学工学部助教授．平成 8 年より大阪工業大学情報科学部教授．システムの最適化に関する研究に従事．工学博士．昭和 62 年日本オペレーションズ・リサーチ学会事例研究奨励賞受賞．平成 25 年日本応用数理学会論文賞受賞．日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本応用数理学会各会員．