

ポテンシャルを用いた人口密度分布の解析

梅川通久

京都大学地域研究統合情報センター

ポテンシャルの概念を応用し、国スケールでの人口密度分布を解析した。日本、ベトナムの2モデルを計算した結果、日本モデルでは東京、名古屋、大阪の3都市圏が深いポテンシャルの谷を構成し、特に東京圏によるポテンシャルの谷の大きさが際立っている事が、定量的に確認された。ポテンシャルの勾配からは、やはり東京圏が持つ人口を引き寄せる力が強い事が導かれた。一方ベトナムのモデルでは、ハノイとホーチミンによる2極構造のポテンシャル谷が存在する事が特徴的であった。ベトナムにおいて両都市圏間の小規模都市によるポテンシャル構造が比較的発達している事は、日本の一極集中問題を考える上で参考となるかもしれない。この様にポテンシャル分析により、新たな特徴の抽出を定量的に行う事が出来た。今後は、他の地理学的な量への適用や、GIS上で本解析手法を用いるシステムを構築する事が重要である。

Numerical Analyses of the Population Density Distributions by using Potential

Michihisa Umekawa

Center for Integrated Area Studies, Kyoto University

Potential theory is applied to the population density distributions in models of Japan and Vietnam. In the model of Japan, the huge concentration of population to Tokyo, Nagoya, and Osaka regions is appeared quantitatively. Especially, Tokyo creates the deepest potential valley. The gradient of potential distribution around Tokyo suggests that the city of Tokyo has the strongest force to accumulate population. The bipolar structure of the potential in the model of Vietnam is also derived. The investigation of properties of the potential must be effective to consider problems about population and other geographical studies. The next study will be to apply this scheme to other geographical quantities and to build GIS systems using this numerical analysis.

1. イントロダクション

地理情報システム(GIS)は、人文・社会科学分野においても広く利用される情報技術のひとつである。従って、GISの手段として使う事が出来る解析技術を開発・発展させる事は、それらの研究分野での分析手段の発展につながり有益である。本研究ではそういったGISでの利用を見据えた新しい技術として、地図上の分布として表される様々な地理学的量のポテンシャルを求める事によって定量的分析を行う、新しい手法を取り上げる。特に人口密度分布への適用を行い、具体的にどのような分析が可能であるか考察する。

ポテンシャルは主に物理学等の分野で使われる概念で、例えば重力場・電場などの理解の為に用

いられる。本研究ではそのポテンシャルを、地理学的な量に適用する事を考える。ここで定義する「地理学的なポテンシャル」では、適用する地理学的量に対して、物理学でのポテンシャルがそうである様に、ある種の仮想的な力がかかると仮定する事が出来る。人口密度分布の場合は、人口の粗密の構造を決定する、人口密度に対してかかっている力が存在すると仮定出来る。本研究では、その様な視点に立った解析により、算出されたポテンシャルによって人口密度分布が受ける仮想的な力の概念等を用いて、主として日本とベトナムのモデルについて報告する。

本研究の様な考え方を導入する事によって、これまで定性的な議論を中心として考えられて来た問題について、数値による厳密な比較などの道が開かれる事が期待される。

本稿の第 2 章では、ポテンシャルの考え方について説明する。第 3 章では有限差分化と数値計算に関する説明、第 4 章ではモデルの説明をそれぞれ行う。第 5 章で計算結果を示し、最終章で結果について、及び GIS 技術としての本研究の可能性等について議論する。

2. ポテンシャルの応用

物理学の理論から、重力場や電場等はポテンシャルを用いて場の構造を記述出来る事がわかる。例えば重力場等については、重力ポテンシャルの空間的分布が求めれば、重力加速度の分布等の基本的な量を求める事が出来る。この重力場の例では、重力ポテンシャルと質量密度の関係は、次の Poisson 方程式により記述される。

$$\Delta\phi = 4\pi G\rho \quad (1)$$

ここで、 Δ はラプラス演算子、 ϕ は重力ポテンシャル、 G は重力定数、 ρ は密度を表す。ラプラス演算子はベクトル解析の記号であり、2 次元デカルト座標系では次の様に定義される。

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2)$$

重力場に関する Poisson 方程式は理論的に厳密に記述され、式(1)の様にその係数も定まった物であるが、ここで取り扱う人口密度への応用では、ポテンシャルと人口密度との関係について Poisson 方程式が成立しているという仮定のみを用い、係数を仮定して次の様な形とする。

$$\Delta\phi = b\rho \quad (3)$$

この人口密度分布に応用した Poisson 方程式では、 b は任意の係数とし、以降本研究では 1 を仮定する。従って計算結果の絶対的な値に意味は無く、相対的な関係にのみ着目して行く。また、 ϕ は人口密度に対するポテンシャル、 ρ は人口密度をそれぞれ表す。

式(1)との比較から明らかな様に、式(3)で記述された地理学的量へのポテンシャルの適用は、モデルへの様々な仮定の下で、本来のポテンシャルと同様の取り扱いが可能である物として定義されている。必要な仮定は、地理学的な量に関して考えられた場が保存力場として振舞う事、人口密度における人の様な地理学的量でのミクロスコピッ

クな主体を、大きさ 0 として取り扱う事等である。また、そういった仮定の下で議論を展開した場合、例えば ϕ についての 1 階微分量を用いて地理学的な量にかかる力に相当する物について考える事が出来る等、物理学で通常行う解釈を、そのまま適用出来る。

3. 数値計算

本研究は、地理学的な量に適用した Poisson 方程式(3)を解く事により行われた。一般に、微分方程式は解析的に解く事が出来ない。本研究においても数値的な方法を用い、式(3)を有限差分化した方程式を実際の数値計算に適用した。

式(3)の形の 2 階偏微分方程式は、境界地問題である事が知られている。その為、式(3)を有限差分化した方程式を解く事は、典型的な大規模連立 1 次方程式の解法へ帰着し、数値計算の視点では対称スパース行列の逆行列を求める問題となる。本研究ではこの計算の為に、不完全コレスキー分解による前処理付共役勾配法である ICCG(Incomplete Choleskey decomposition · Conjugate Gradient)法[1][3]を用いて Poisson 方程式解法ルーチンを作成し、使用した。ルーチンは Fortran で作成し、Linux システム上の GNU Fortran90 コンパイラにより実行形式を得た。ICCG 法の詳細については、[4]の付録に記されている。

本ルーチンによる計算の信頼性は、小規模連立 1 次方程式の例題を計算した結果正しい解が得られた事、及び本研究に用いられたモデルの計算結果から逆演算によって得られた値と元の人口密度値との比較を行い、元の値が 0 であったグリッドにおいて一致率の算出が不能であった場合を除き、すべてのグリッドで変数の精度一杯の同一性が得られた事の 2 点によって、十分である事を確認した。

4. モデル

日本、ベトナムの 2 国についてそれぞれをモデル 1、モデル 2 とし、人口密度分布のポテンシャルを算出して解析を行った。表 1 に各モデルのパラメータをまとめる。

人口密度分布データは、SEDAC[2]による 2000 年の国連統計を基にしたグリッドデータを用いた。グリッドの大きさは、緯度方向経度方向共 2.5'で、それぞれのモデルにおいて国土全体をカバーする範囲のデータを用いた。

簡単な為に、数値計算ではこれらのデータを元

に、2次元デカルト座標系、境界条件を0に固定、居住不可能地域での人口密度を居住可能地域と同等として値を0とする、各仮定を置いた。モデル2においては、本来であれば隣接する地域の人口

密度分布による効果が無視出来ないが、本研究では最も基礎的な情報を得る事が目的である為、周辺地域は人口0の扱いとし、その影響を無視した。

表1:モデル

| モデル | 国 | グリッドサイズ (分) | グリッド数 (経度×緯度) | 人口(人) | データ取得年 |
|-----|------|----------------|------------------|-------------|--------|
| 1 | 日本 | 2.5' | 840×600 | 127,096,000 | 2000 |
| 2 | ベトナム | 2.5' | 216×432 | 78,137,000 | 2000 |

5. 結果

各モデルの計算結果を示す。全てのモデルについて、境界条件として固定された0が最大値となり、それ以外のグリッドでのポテンシャルの値は全て負となる。従って、全体の構造は人口密度の高い地域に向かって谷が形成される様な形となる。ポテンシャルの最小値は、モデル1(日本)では-2,709,445、モデル2(ベトナム)では-638,060となった。

また、本稿においては、主としてモデル1について論じ、その比較対照としてのモデル2につい

て触れる。

図1に、モデル1(日本)の人口密度分布を表す色分布、ポテンシャルを表す等高線、ポテンシャルの勾配から導かれた人口密度に対して働く仮想的な力に関する量の分布を表すベクトル場を示す。色分布はSEDACの人口密度データそのものであり、濃色ほど人口密度が小さく淡色ほど大きい。等高線は、ポテンシャル最小値までを40等分した値毎に引かれている。またベクトル場は、40グリッド分の長さが最大値を示す様に規格化されている。

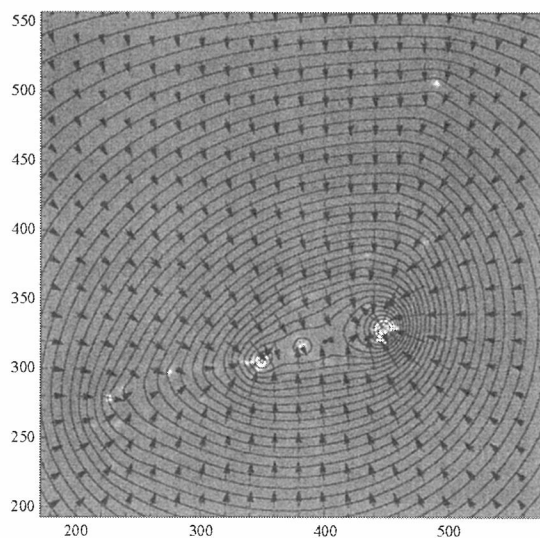


図1:モデル1の結果

図 1 から、東京、名古屋、大阪の 3 都市圏が、大きなひとつのポテンシャルの谷を形成している事がわかる。この事はこれらの都市圏の人口集中が日本において支配的である事を示している。人口密度分布のデータ等から直接そういった事を定性的に理解出来る事は明らかであるが、ポテンシャルを算出する事によって、人口の集中度合いその物を直接的に数値として論じる事が可能となった。

3 都市圏による深いポテンシャルの谷の他、例えば福岡や札幌などに相当する小規模なポテンシャルの谷が存在する事が、等高線の構造からわかる。これらの小規模なポテンシャルの構造は、おそらくこれらの都市圏周辺のみモデルによる数値計算を実行した場合、本研究で見られる 3 都市

圏での明らかな谷の構造が、それぞれの小都市圏において見られると考えられる。

3 都市圏による深いポテンシャルの谷は、内部にそれぞれの都市圏による個別の構造を持つ。詳しく見る為、東京、名古屋、大阪近辺の拡大を、図 2 に示す。3 都市圏の中でも特に東京が突出して深い谷を形成している事がわかる。東京によるポテンシャルの谷は、大阪の約 3 倍、名古屋の約 6 倍の深さを持つ。また、ポテンシャルの勾配も東京付近が大きな値を示しており、人口密度に対して働く力が、名古屋、大阪と比較して大きい。この事から、各都市圏が人口を引き付ける力の大きさの違いが、単純な人口比から直感的に理解される物よりも実際にはもっと大きい事がわかる。

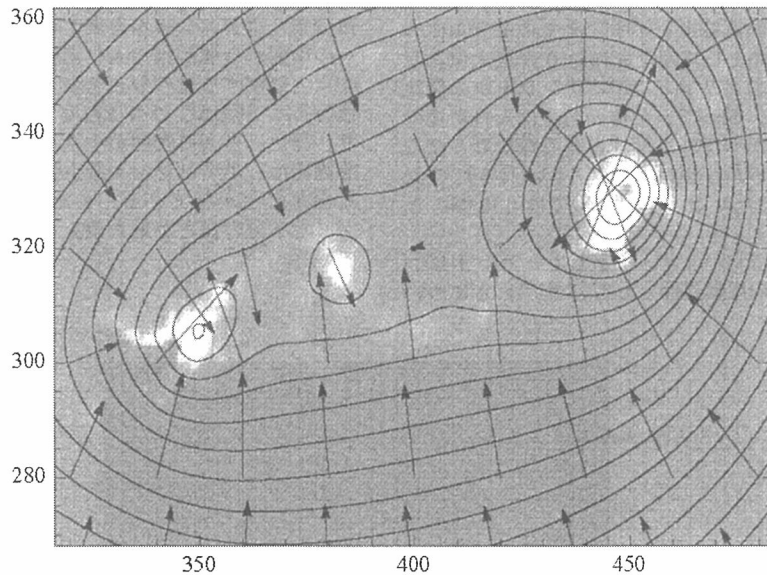


図 2: 東京、名古屋、大阪近辺の拡大

モデル 2(ベトナム)の計算結果を、図 3 に示す。ベトナムのポテンシャル分布では、実際の人口密度分布を反映したハノイ及びホーチミンの都市圏による 2 極構造が見られる。この構造自体は人口密度の分布から直接わかる事だが、ハノイ、ホーチミン間に見られる小規模都市圏のポテンシャル

構造が比較的明確に見られる事が、大きなひとつの極に人口が集中する日本との対比において興味深い。都市圏の構造に関する国毎の特徴について、人口密度分布のポテンシャルを用いると比較的明確に捕らえる事が可能となる。

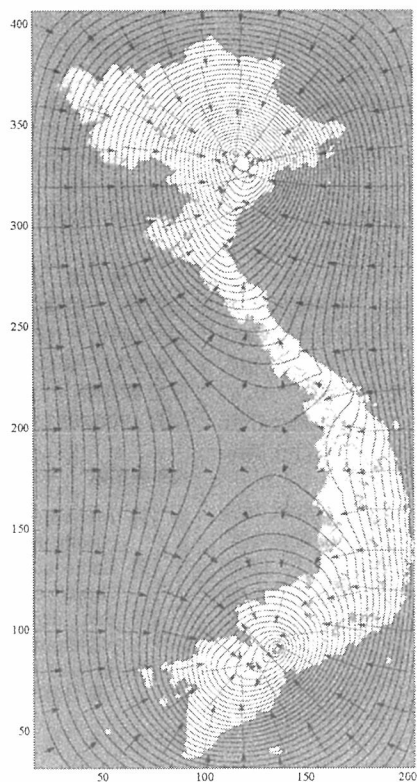


図 3: モデル 2 の結果

6. まとめと今後の展開

本研究では、ポテンシャルの概念を人口密度分布に適用し、日本とベトナムのモデルについて、国のスケールでの人口密度分布の解析を行った。各モデルについて、求めたポテンシャルとポテンシャル分布の勾配から求められる人口密度への仮想的な力に関する量について、等高線とベクトル場の形で図示し、分析を行った。

人口密度分布の各国モデルについての分析からは、都市圏への集中のパターンが各国毎の特色を持つ事が分かった。

日本のモデルでは、直感的理解と同様に、東京、大阪、名古屋の 3 都市圏が深いポテンシャルの谷を形成する地域となった。これにより、これらの地域の人口を引き付ける力が日本国内において突出している事を、直感的議論に依存せず数値で示す事が出来た。また都市等が人口を引き付ける力

について、人口密度に対応したポテンシャルを導入する事により、本研究での議論の様にポテンシャルの深さの比較やポテンシャルの勾配から求まる仮想的な力を用いて、地域の魅力を表すとも言えるべき量について、直感的ではない定量的な議論を行う事が可能となった。

ベトナムのモデルでは、ホーチミンとハノイによる 2 極構造のポテンシャル分布が見られた。この様な 2 極間のポテンシャルの深さと距離との関係の分析は本研究では行っていないが、1 極集中構造の日本では小規模な都市によるポテンシャルの構造が脆弱であるのに対して、2 極構造のベトナムでは小規模都市に起因するポテンシャルの構造がある程度明瞭に形成されているという、地方都市圏に関するポテンシャル構造の異なる特色が見られた。ベトナムのモデルでのポテンシャル分布を考察する事により、日本における人口の 1 極集中問題を考察する上でのヒントが見出されるかもしれない。

ここまでの議論から、本研究で導入した人口密度に関するポテンシャルは「人口密度を引き付ける力」に関する量である事が理解された。この概念は、人口密度分布以外の地理学的な量に対しても、条件や仮定を置いた上で適用可能だと考えられる。例えば言語や特定の習慣の分布を当該人口の比率等として数値化し、本研究と同様の計算によってポテンシャルを求めて定量解析を行うといった方法も興味深い。また、異なる種類の地理学的な量の地図上で分布に対してポテンシャルという共通の量を導入する事により、相関関係や複合した効果の定量的な分析へとつなげる事も期待される。さらに、本研究で行った人口密度分布に関する解析それ自体を進展させる事も重要であり、特に地形や交通等の情報を加えてより詳細な計算を行う事や、小さなスケールでの分析を行う事等が、今後の課題として挙げられる。

地理学的な量に対するポテンシャルの解析手法が、本研究で取り上げた人口密度分布に留まらず地理学的な量一般に適用可能であるならば、既存の GIS 上で動作するルーチンやプラグイン等を開発する事により、本研究で人口密度分布に用いた物と同じ原理の定量的解析を、様々な量に対して比較的容易に適用可能となる。本研究では実際にプログラムを組み、全て明示的な計算を行ったが、

例えば GIS 上にプログラムをロードし、基となる地理学的データを読み込ませるだけで計算が自動的に実行され、その結果がレイヤーとして生成・表示される事が可能となれば、数値計算技術の有無とは無関係にユーザーが解析を実行する事が可能となり、応用の幅が広がると予想される。今後の研究では、そういった GIS を用いた利用方法の開発や一般化に取り組む事も必要となるだろう。

本研究は、文部科学省科学研究費補助金基盤研究(C)「地理情報データに関する空間・時間変化量の解析」(課題番号: 19510248, 研究代表者: 梅川通久)により実施された。また、同じく基盤研究(A)課題番号: 18201047、及び基盤研究(A)課題番号: 19201051、により補助された。

参考文献

- [1] Meijerink, J. A., and van der Vorst, H. A. 1977, *Mathematics of Computation*, vol.31, pp. 148
- [2] Socioeconomic Data and Application Center, <http://sedac.ciesin.org/>
- [3] van der Vorst, H. A. 1981, *Journal of Computational Physics*, Vol. 44, pp. 1
- [4] 梅川通久 2000, 博士学位論文, 千葉大学大学院自然科学研究科