

**解 説****Hough 変換に基づく図形検出法の新展開†**

和 田 俊 和 † 松 山 隆 司 †

**1. まえがき**

画像から現実世界のシーンに対する構造記述を生成するコンピュータ・ビジョンについては多くの研究がなされてきたが、多様な入力画像に対して安定かつ正確な対象認識を実現することはいまだに困難な問題である。このような困難さが生じる主な原因としては、次の二つがあげられる。

- 画像に混入した雑音や、解析アルゴリズムの不完全性によって、誤った情報が抽出されてしまう。
- 隠蔽や、解析アルゴリズムの不完全性によって、抽出されるべき情報の一部が欠落してしまう。

このように、誤りを含む不完全な情報から安定に図形の検出を行う手法として Hough 変換がある。

Hough 変換は、画像中の特徴点が与えられたとき、その特徴点を含むすべての図形に関する仮説を能動的に生成し、多くの特徴点（証拠情報）から同一の仮説が生成されるとき、その仮説を正しいものと考えて図形の検出を行う手法である。仮説の生成は、可能な仮説集合を表す空間に「投票」することによって実現され、各仮説に対する投票度数を調べることによって図形の検出が行われる。このように、Hough 変換は「投票による証拠情報の統合」と「多数決原理」に基づく対象検出法であり、個々の証拠情報に誤りや欠落があっても、全体としては安定な処理を行うことができるという優れた特長を持っている。

Hough 変換は、1962 年 Hough<sup>1)</sup>によって画像から直線を検出するための手法として提案され、

その後の研究によって、円、楕円などの解析的な曲線、さらに 1981 年 Ballard<sup>3)</sup>によって提案された「一般化 Hough 変換」によって任意の図形を画像から検出するアルゴリズムへと拡張してきた。

最近では Lamdan ら<sup>4)</sup>によって「Geometric Hashing」と呼ばれる「投票」と「多数決原理」に基づく幾何学的対象の識別法が提案され、Hough 変換の基本原理が図形の検出だけでなく、対象の識別問題にも適用できることが示された。また、確率的アルゴリズムの導入やアルゴリズムの並列化による Hough 変換の高速化や、高精度化に関する研究にも新たな進展が見られる。本稿では、このような Hough 変換に関する近年の研究成果を、高精度化、高速化、高機能化という三つの観点から整理し、解説する。

本稿は、本誌 1989 年 9 月号に掲載された「Hough 変換とパターンマッチング」<sup>5)</sup>の続編であるが、解説上不可欠な研究については 1989 年以前のものについても紹介する。また、より詳しい最近の文献調査を行う場合は、文献 6)～8) を参照されたい。

**2. 基本原理**

ここでは、最も基本的な直線検出用 Hough 変換と、任意図形の検出を行う一般化 Hough 変換について概略を説明し、その特長と問題点について述べる。

**2.1 直線検出用 Hough 変換**

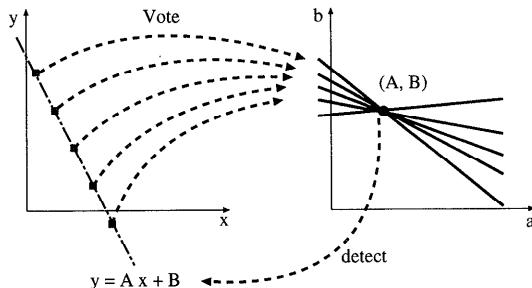
Hough<sup>1)</sup>が提案した直線検出用の Hough 変換は次のようなものである。まず、画像空間中の直線を傾き  $a$ 、切片  $b$  を用いて

$$y = ax + b \quad (1)$$

と表現し、特徴点  $(X_i, Y_i)$  が与えられたとき、直線のパラメータ  $a$  と  $b$  によって張られる「パラメータ空間」に

† Frontiers of Object Detection by Hough Transform by Toshikazu WADA and Takashi MATSUYAMA (Department of Information Technology, Faculty of Engineering, Okayama University).

† 岡山大学工学部情報工学科

図-1  $a$ - $b$  パラメータ空間を用いた Hough 変換

$$b = Y_i - aX_i \quad (2)$$

によって表される軌跡を描く。そして、すべての特徴点について軌跡を描いた後、パラメータ空間中で多くの軌跡が交わる点を抽出することにより、その点に対応する直線が画像空間中に存在するものと見なす(図-1)。

実際の計算機上で Hough 変換を行う際には、パラメータ空間を「セル」と呼ばれる要素に分解し、

[投票] 軌跡が通過するセルの投票度数を 1 増やす。

[ピーク検出] すべての特徴点からの投票が終了した後、投票度数が一定値以上の極大値を持つセルを抽出する。

という処理を行う。

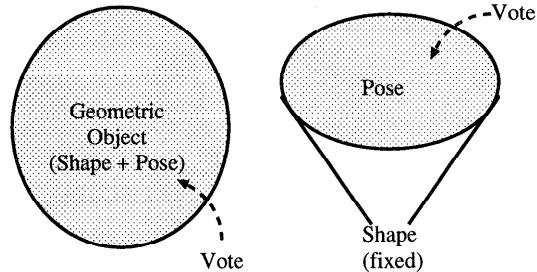
パラメータ  $(a, b)$  を用いて画像中の直線を表現する場合、画像空間が有限であるにもかかわらず、パラメータ空間は有界にはならない。この問題を解決するために、Duda ら<sup>2)</sup>は、画像空間中の直線を垂角  $\theta$  と、原点からの符合つき距離  $\rho$  を用いて、

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta, (0 \leq \theta < \pi) \quad (3)$$

と表す方法を提案している。式(3)では、角度  $\theta$  は有界であり、画像空間が有限であるため  $\rho$  も有界となる。このため、ほとんどの直線検出用 Hough 変換では  $\rho$ - $\theta$  パラメータ空間が用いられている。

## 2.2 一般化 Hough 変換

直線や楕円のように、代数方程式によって表現される解析的対象を検出する Hough 変換では、方程式中のパラメータによって張られる空間上で投票と多数決を行えばよい(図-2(a))。しかし、パラメータによって表現することができない任意形状の幾何学的対象を検出する場合には、このよ



(a) Hough Transform for Analytical Object

(b) Generalized Hough Transform

図-2 Hough 変換と一般化 Hough 変換における投票空間

うな方法を用いることができない。Ballard<sup>3)</sup>は、「一般化 Hough 変換」を提案し、この問題を解決した。

一般に幾何学的な対象は、「形状」と「ポーズ(位置・姿勢・大きさ)」の組によって表される。解析的な対象を扱う Hough 変換で用いられるパラメータには、どのパラメータが形状を表し、どのパラメータがポーズを表しているのかという区別はない。これに対して、形状とポーズを区別した場合には、「形状をデータとして与えて、ポーズに対応する座標変換パラメータによって対象を表す」という対象の表現法が考えられる。この場合には形状のパラメータ表現は不要であり、任意形状の対象を表現することが可能になる。このように“形状を固定し”，座標変換パラメータ空間上で投票と多数決を行う Hough 変換が一般化 Hough 変換である(図-2(b))。具体的な変換方法を以下に示す。

### [パラメータ空間]

平行移動  $(u, v)$ 、回転角  $\theta$ 、拡大率  $s$  によって張られる 4 次元空間をパラメータ空間とする。

### [形状モデルの表現]

検出対象图形の境界線上の各点において、基準点  $O$  に向かうベクトル  $\vec{x}_i = (r_i \cos \alpha_i, r_i \sin \alpha_i)$  と、画像の濃度勾配方向  $\psi_i$  をあらかじめ求めておく。各  $\psi_i$  ごとに、極座標表示での  $\vec{x}$  の座標値  $(r, \alpha)$  を登録した「R テーブル」を作成しておく(図-3)。

### [投票方法]

画像上の特徴点  $(X_j, Y_j)$ 、およびその点における勾配方向  $\psi_j$  を求める。パラメータ空間中のすべての  $(\theta, s)$  の組合せに対して、 $\psi_j - \theta$  に対応する R テーブル中のエントリ  $(r(\psi_j - \theta), \alpha(\psi_j - \theta))$

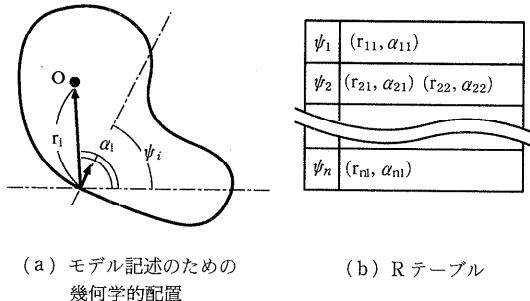


図3 一般化 Hough 変換における形状記述

を求める、回転角  $\theta$ 、拡大率  $s$  に対応する平行移動ベクトル  $(u, v)$  を以下の式によって求め、点  $(u, v, \theta, s)$  の投票度数を 1 増やす。

$$u = X_j + r(\psi_j - \theta) \times s \times \cos(\alpha(\psi_j - \theta) + \theta) \quad (4)$$

$$v = Y_j + r(\psi_j - \theta) \times s \times \sin(\alpha(\psi_j - \theta) + \theta) \quad (5)$$

### [図形の検出]

投票度数の高い座標変換パラメータを抽出し、これを用いて形状モデルを画像空間に写像することにより、図形の検出を行う。

### 2.3 Hough 変換の特長と問題点

以上に述べた Hough 変換は、

- 特徴点間の連結性を用いていないため、
    - 雑音などによって生じる偽の特徴点が含まれる場合でも誤検出が起きにくい。
    - 隠蔽などによって特徴点が欠落した場合でも検出が可能である。
  - 直線、円、橢円、任意図形など、様々な図形の検出が行える。
  - 投票計算が各特徴点ごとに独立に行われるため、計算の並列化が容易である。
- という特長を持っている。一方、問題点としては
- パラメータ空間の標本化やピーク検出の基準が不明確である。
  - 変換に要する計算時間とメモリがパラメータ空間の次元数の幕乗に比例して増加する。
  - 種類の異なる図形を同時に検出することができない。
- などがあげられる。

以下では、これらの問題点を解決するための高精度化、高速化、高機能化に関する近年の成果について述べる。

### 3. Hough 変換の高精度化

Hough 変換は、特徴点の誤りや欠落に対して安定な図形検出を行うことができるが、検出される図形パラメータの精度は必ずしも高いとはいえない。図形の検出精度が低下する原因としては

- 画像中に複数の図形が含まれる場合、異なる図形からの投票軌跡が重畳され、図形間の干渉が生じる。
  - 画像空間における雑音
  - パラメータの量子化誤差に起因する投票数の変動
- などがあげられる。

図形間の干渉による誤差を防ぐ方法としては、パラメータ空間に側抑制フィルタをかける方法<sup>13)</sup>や、抽出されたピークを通過する軌跡をキャンセルしながらピーク検出を行う方法（バックマッピング）<sup>9)</sup>などが有効である。また、画像空間における雑音を抑制する方法に関しては、文献 10)で議論されている。

近年、Niblack ら<sup>11)</sup>は、雑音の混入した直線分に対応するパラメータ空間中のピーク形状モデルを求め、このモデルをパラメータ空間中の投票度数分布に当てはめることにより、直線パラメータと同時に直線分の端点を求めるという手法を提案している。この方法は、図形の干渉や雑音に対してロバストであるだけでなく、画像空間を再度走査することなく直線の端点や幅を求めることができるという優れた特長を持っている。

一方、パラメータの量子化誤差に関する問題は古くから指摘されており、多くの研究者によって解析的な研究がなされてきた<sup>12)~15)</sup>。しかし、これらの研究では画像空間が格子状に離散化されていることを考慮していないかったため、現実のデジタル画像からの投票を行う際に生じる量子化誤差の影響を完全に取り除くことはできなかった。

近年、Maitre<sup>14)</sup>によって指摘されていた  $\rho-\theta$  パラメータ空間における投票度数の偏りは、画像空間に存在するデジタル直線の間隔と  $\rho$  パラメータ軸の量子化間隔の不一致に起因することが、森木ら<sup>16)</sup>と和田ら<sup>16)</sup>によって明らかにされた。森木らは  $\theta$  によって帯域幅が変化する可変平滑化フィルタを用いることによって  $\rho-\theta$  パラメータ空間の投票度数の偏りを修正する方法を提

案している<sup>19)</sup>。和田らは、 $\rho-\theta$ パラメータ空間を非線形に伸縮することによって、パラメータ軸を均一に量子化しても投票度数に偏りが生じず、投票軌跡が区分的直線となる $\gamma-\omega$ パラメータ空間<sup>16)</sup>を構成するとともに、デジタル直線の高精度な検出を行うための Hough 変換アルゴリズムを構成した<sup>17)</sup>。また、浅野ら<sup>18)</sup>は、セルを用いず、特徴点のソーティングを基本演算としたアルゴリズムにより、 $\gamma-\omega$  Hough 変換と同様の高精度な直線検出を行う方法を提案している。

#### 4. Hough 変換の高速化

Hough 変換の実用化を図るには、計算の高速化が不可欠である。現在提案されている Hough 変換の高速化法は、以下の 4 つの種類に分類することができる。

1. 確率的アルゴリズムの導入<sup>20)~25)</sup>
2. Hough 変換の並列化<sup>26)~31)</sup>
3. 特徴点近傍の局所的特徴を用いる方法<sup>32)~35)</sup>
4. 階層的な投票を行う方法<sup>36),37)</sup>
5. パラメータ空間の分解<sup>38),39)</sup>
6. 軌跡の高速描画アルゴリズム<sup>40)~42),16)</sup>

ここでは、1. と 2. について解説する。3.~6. については割愛するので文献を参照されたい。

##### 4.1 確率的 Hough 変換

情報科学で取り扱う問題の中には、計算は可能であるが現実には天文学的時間やメモリが必要となり解くことができないという問題が数多く存在する。これらの問題は、実用上は近似解が得られれば十分である場合が多い。近似解を求める方法としては、1) 問題固有のヒューリスティクスを用いる方法、2) 確率的アルゴリズムを導入する方法、などが考えられる。特に確率的アルゴリズムの多くは、試行(計算)の回数が少なければ推定量(解)の精度が低く、試行(計算)を十分な回数繰り返せば、精度の高い推定量(解)が得られるという確率的試行と同様の漸近的性質を持つため、これを用いれば、計算量と解の精度のトレードオフを考慮した問題解決を行うことができる。

近年、Hough 変換においても、確率的アルゴリズムの導入により投票計算を高速化する方法が提案されている。Hough 変換における確率的アルゴリズムは、投票に用いる特徴点をランダムに選択するものであり、具体的には、

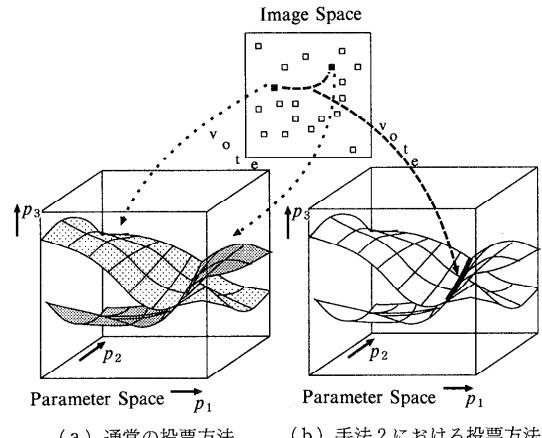


図-4 確率的 Hough 変換における投票方法

[手法 1] 投票に用いる特徴点をランダムに選択し、すべての特徴点からの投票を行わない。

[手法 2] 複数の特徴点の組をランダムに選択し、これらの特徴点の組から求められる投票軌跡の交わりの部分に対して投票を行う(図-4(b))。という 2 種類の方法が提案されている。

手法 1 の投票回数を減らす方法としては、Fischler ら<sup>20)</sup>による Hough 変換の Parallel guessing implementation, Kiryati ら<sup>21)</sup>による Probabilistic Hough などがあげられる。

手法 2 の複数の特徴点の組からの投票を行う方法としては、Bergen ら<sup>43)</sup>による Monte Carlo Hough 変換, Xu ら<sup>22),23)</sup>による Randomized Hough 変換(RHT), 塩野<sup>25)</sup>による RCIH 法, Leavers<sup>24)</sup>による Dynamic Generalized Hough 変換(DGHT)などがある。これらの手法では、投票すべきセルの個数が減少するため、投票計算が高速化される。以下に、セルへの投票回数を基準とした場合の、手法 2 と通常の Hough 変換との計算量の比較を行う。

まず、画像中の全特徴点の個数を  $N$ , 検出対象図形に含まれる特徴点の個数を  $n_f$ , 1 回の投票に用いる特徴点の個数を  $n$ , 投票回数を  $N_v$  で表す。この場合、手法 2 における図形パラメータへの投票度数の期待値は、 $(n_f/N)^n \times N_v$  となる。通常の Hough 変換と同様に、 $n_f$  の度数が蓄積されるために必要な投票回数は、 $N_v = n_f \times (N/n_f)^n$  である。パラメータ空間の次元数を  $n_d$ , 各パラメータの量子化数が同じであるものとしてこれを  $N_a$  で表すと、手法 2 におけるセルへの投票回数

$N_i$  は、

$$N_i = n_f \times (N/n_f)^n \times N_a^{n_d - n} \quad (6)$$

となる。通常の Hough 変換では、 $n=1$  であるから、

$$N_i = N \times N_a^{n_d - 1} \quad (7)$$

となる。式(6), (7)から、手法 2 と通常の Hough 変換の計算量の比は、 $(N/n_f)^{n-1} \cdot N_a^{n-1}$  となり、 $N/n_f < N_a$  が成立する場合には手法 2 によって高速化が実現できることが分かる。

手法 2 では、同じ図形上の複数の特徴点を選択しなければ、その図形パラメータへの投票が行われないため、正確な検出を行うためには、特徴点の組を選択する回数を増やさなければならない。したがって、より高速な計算を実現するには同一の図形から特徴点の組が選ばれる確率を高くする工夫が必要である。RHT では、近くに存在する特徴点の組は同一の図形に属する確率が高いと考え、画像中に矩形窓を設け、その中から特徴点を選択するという方法を用いている<sup>8)</sup>。また、DGHT では画像の局所領域に対して図形パターンの当てはめを行い、図形パターンに含まれる特徴点の中から投票に用いる特徴点の組を選択する方法を用いている。

また、確率的 Hough 変換では、プログラムの停止条件が計算の効率と解の精度を大きく左右するが、これに関しては文献 23), 24) で詳しい検討が行われている。

#### 4.2 並列 Hough 変換

並列計算に基づく高速なコンピュータ・ビジョンシステムを構成する場合、並列化に有利なアルゴリズムを用いる必要がある。Hough 変換における投票計算は並列化が容易であるだけでなく、多数決による判断は雑音に対して安定な性質を持っており、Hough 変換は並列コンピュータ・ビジョンシステムの中心に位置付けられるべきアルゴリズムの一つであるといえる。

Hough 変換を並列実行する際には、画像空間あるいはパラメータ空間を分割し、分割した領域の処理を各 Processing Element (PE) に割り当てる事になる。ここでは、何をどのように分割するのかを基準として並列 Hough 変換アルゴリズムを以下の 4 種類に分類し、各アルゴリズムの比較を行う。

##### 1. 画像空間の分割

##### 2. 特徴点の分割

##### 3. パラメータ空間の分割

##### 4. 特徴点とパラメータ空間の分割

1. の方法は、パラメータ空間に対する投票計算を行うのではなく、検出対象の図形パターンに沿って画像を走査し、走査線上に存在する特徴点の個数をカウントする方法である<sup>26)~28)</sup>。図-5 に示すように、各 PE には画像の部分領域 (SIMD の場合は、画素) が割り当てられ、画像上で互いに隣接する領域は直接通信線で結ばれた PE に対応付けられている。PE 配列の端の部分から検出対象図形に対応するパケットが送信され、各パケットの経路は画像上の図形パターンに沿って移動するよう制御される。パケットには投票度数が格納され、特徴点を通過するたびにその投票度数を 1 増加させる。このアルゴリズムは特徴点の個数に依存せず、一定の時間で計算が終了するという長所がある反面、複雑な図形ではパケットの経路決定が複雑になるため、実際には直線パターンの検出にしか適用できない。

2. の方法は、画像中の特徴点集合を分割して各 PE に割り当て、これらの特徴点からの投票を並列に計算する方法である<sup>26)</sup>。この方法では、パラメータ空間を管理するプロセッサがパラメータ空間を走査し、パラメータの値を各 PE に対してブロードキャストする。各 PE は、ブロードキャストされたパラメータが表す図形に自分の管理する特徴点が含まれるか否かを調べて投票数を返し、パラメータ空間を管理するプロセッサが投票度数の集計を行う。この方法では、1) ブロードキャストが頻繁に発生する、2) 各 PE からパラメータ空間を管理するプロセッサへの通信要求が集中する、などの理由により、FHT<sup>36)</sup> や AHT<sup>37)</sup> などの階層的手法と組み合わせなければ効率の良い計

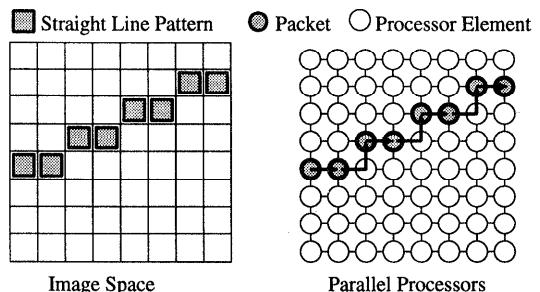


図-5 画像空間の分割による Hough 変換の並列化

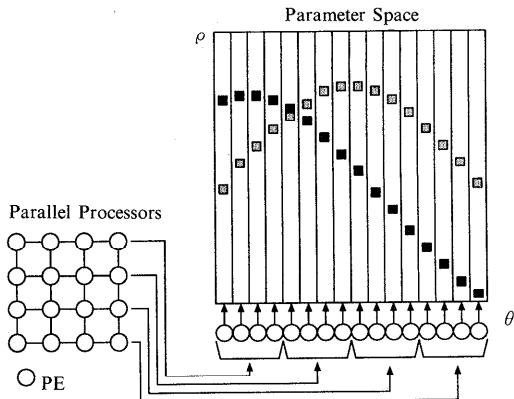


図-6 パラメータ空間の分割による Hough 変換の並列化

算は実現できない。

3. の方法は、図-6 に示すように、パラメータ空間を複数の領域に分割して各 PE に割り当てる。特徴点からの投票計算を各領域ごとに並列に行う手法である<sup>26),29)~31)</sup>。この方法では、まず PE 群に対して特徴点集合をブロードキャストし、各 PE はこれらの特徴点集合から自分の管理する部分パラメータ空間への投票を行う。この方法の長所としては、1) いってん特徴点をブロードキャストしてしまえば、投票計算を行なう際に通信を行なう必要がない、2) 投票計算の後に行われるピーク検出やバックマッピングも並列に行なうことができるということがあげられる。また、この手法では、各 PE において投票計算に要する時間が均一になるようにパラメータ空間を適切に分割しておかなければならぬが、直線検出の場合は、直線の傾きを表すパラメータを等間隔に区切り、パラメータ空間を短冊状に分割すればよいことが明らかにされている<sup>31)</sup>。

4. の方法は、パラメータ空間中の一つのパラメータ軸を分割し、分割されたパラメータの区間と特徴点の部分集合の組を PE に割り当てる方法である<sup>26),29)</sup>。パラメータ空間の次元数を  $k$  とし、PE には  $k-1$  番目のパラメータ軸上の区間が割り当たられるものとする。各 PE は  $1 \sim k-2$  番目までのパラメータによって張られる  $k-2$  次元の超平面上を走査し、自分に割り当たられた特徴点と  $k-1$  番目のパラメータの区間に含まれる値から、 $k$  番目のパラメータの値を決定し、投票を行う。この方法には、投票終了後にパラメータごとに投票度数を集計するための通信が必要になる

という問題点がある。

以上の並列化アルゴリズムの効率は、1) 計算機アーキテクチャ、2) PE の個数、3) 特徴点の個数、4) パラメータ空間の次元数、などに依存するため、一概にどのアルゴリズムが優れているのかを議論することはできない。しかし、投票計算に引き続くピーク検出などの処理を並列に行なうことを見ると、投票結果が蓄積されるパラメータ空間を分割する 3., 4. の方法が有効であるといえる。特に、3. の方法では特徴点のブロードキャストさえ行なえばそれ以上の通信は必要ないという長所があるため、特徴点の少ない画像に対する Hough 変換手法として特に有効である<sup>31)</sup>。

## 5. Hough 変換の高機能化

2. 2 で述べたように、幾何学的対象は、「形状」と「ポーズ」の組によって表すことが可能である。一般化 Hough 変換では形状を固定し、ポーズ空間への投票を行なった。これとは逆に、図-7 に示すように「ポーズを固定し」、パラメータ表現された形状空間に対して投票/多数決を行う方法が考えられる。Lamdan ら<sup>47)</sup>は、このような考えに基づいて対象の識別を行う「Geometric Hashing」を提案した。この手法では、画像中に存在する対象の識別と検出を同時に行なうことができる。

ここでは、Hough 変換の高機能化を、検出法から識別法への拡張としてとらえ、Geometric Hashing を中心とした最近の研究成果について解説する。

### 5.1 Geometric Hashing

Geometric Hashing では、ポーズに対して不变性質を持つ「不变特徴」の集合によって形状が表現される。識別対象から抽出された不变特徴は、不变特徴によって張られる空間を離散化した「Hash Table」にあらかじめ登録される。そして、「ポーズを固定して」画像から Hash Table に投票することによって、画像と識別対象とのマッチングを行う。以下、平行移動、拡大、回転に対して不变な特徴を用いた Geometric Hashing の具体的計算方法について述べる。

#### 5.1.1 モデルの登録

まず、識別対象のモデルを Hash Table に登録する方法について述べる。図-8(a) に示すように  $N$  個の点によって表されたモデル  $M = \{\vec{p}_1, \vec{p}_2,$

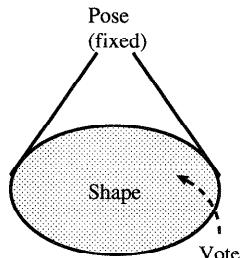


図-7 Geometric Hashing における投票空間

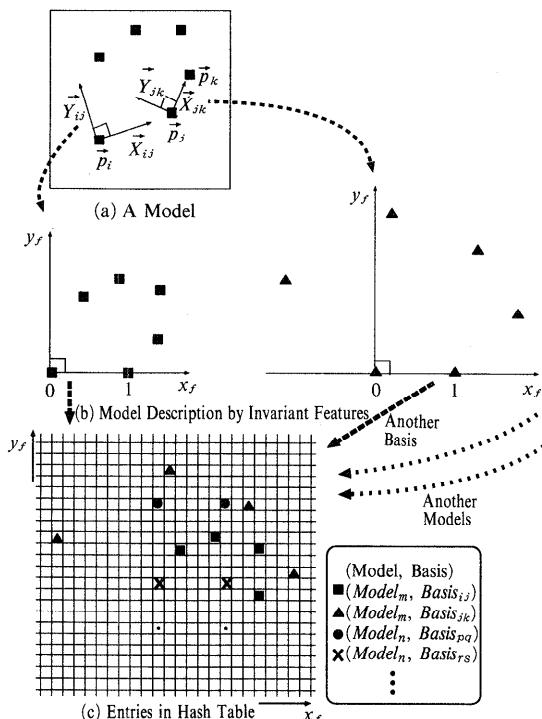


図-8 不変特徴による形状の記述

$\dots, \vec{p}_N\}$ から、2点  $\vec{p}_i, \vec{p}_j$ を選択する。これらの2点から、

$$\vec{X}_{ij} = \frac{\vec{p}_j - \vec{p}_i}{\|\vec{p}_j - \vec{p}_i\|^2} = (x_{ij}, y_{ij}), \quad \vec{Y}_{ij} = (-y_{ij}, x_{ij}) \quad (8)$$

なる直交基底を生成する。この基底で表された各特徴点の座標値を求めることにより、図-8(b)に示すような不変特徴の集合

$$\{(x_{ij}, y_{ij})\} = \{(\vec{X}_{ij} \cdot (\vec{p}_k - \vec{p}_i), \vec{Y}_{ij} \cdot (\vec{p}_k - \vec{p}_i))\} (i, j \neq k) \quad (9)$$

が得られる(・は内積を表す)。この  $\{(x_{ij}, y_{ij})\}$  は、もとの点集合  $\{\vec{p}_i\}$  が平行移動や回転、拡大などの座標変換を受けても変化しないという性質を持っている。

求められた不变特徴は、 $x_f, y_f$ によって張られる空間を離散化した HashTable 中の対応する要素に“(モデル、記述に用いた基底)”の組として登録される(図-8(c))。

モデル中のすべての2点の組合せから生成される基底に対してそれぞれ不变特徴を求め、それらをすべて Hash Table に登録しておく。このようなモデルの多重記述を用いることにより、モデルと相似な図形が与えられたとき、その図形に含まれる任意の2点から計算される不变特徴と Hash Table 上に記録された(モデル、基底)の組のどちらかが必ず一致する。Geometric Hashing では、対象とするモデルのすべてに関して同様の記述を行っておくことにより、複数のモデルを同時に扱うことが可能となる。

### 5.1.2 投票と識別

次に、入力画像中の特徴点集合から、Hash Tableへの投票、識別を行う方法について述べる。

- 1) Hash Table の各要素に対する投票数を 0 にする。
- 2) 画像からまだ選択されていない任意の2点を選択し、式(8)によって直交基底を求める。
- 3) この基底に対して画像上のすべての点の不变特徴を式(9)を用いて計算し、対応する Hash Table 中の要素の投票度数を各々 1 増加させる。
- 4) 投票が終了した後に、(モデル、基底)の組ごとに投票度数を集計し、あらかじめ与えられた閾値を越えるものがあるかどうかを調べる。閾値を越える投票が得られたものがなければ、1)の処理に戻る。
- 5) 高い投票が得られた(モデル、基底)組の基底と、画像から求められた基底を対応付ける座標変換を求める。
- 6) 求められた変換を用いてモデルを画像上に写像し、モデルにマッチする特徴点が十分存在することを確認する。特徴点が十分存在すれば終了し、そうでなければ 1)の処理に戻る。

画像中に存在する複数の対象を識別、検出する場合には、モデルにマッチする特徴点集合を取り除きながら、上記の手続きを繰り返し行えばよい。

### 5.1.3 Geometric Hashing の意味と性質

Hash Table に登録された形状モデルは、不变

特徴によって記述された形状の「テンプレート」と見なすことができる。また Geometric Hashingにおいて，“ポーズを固定する”ということは、画像から不变特徴を求める際に一つの基底を用いることを意味している。「基底によって画像を不变特徴に変換し、Hash Table 上で複数のテンプレートとのマッチングを行う」という処理を様々な基底について繰り返し実行することが Geometric Hashing の本質である。従来から Hough 変換とテンプレート・マッチングとの等価性<sup>4)</sup>が指摘されていたが、この意味でも Geometric Hashing は Hough 変換の一手法と見なすことができる。

Geometric Hashing は、

**[識別]** 形状の類似性に基づく画像と複数モデルのマッチング

**[検出]** 画像とモデルの基底の対応付けによる識別対象の検出

の二つを同時に行うことができるという機能を持ち、

- ・局所的な特徴のみを用いているため、対象の一部が遮蔽されている場合にも対処することができる。

という良好な性質を持っている。さらに、画像から 3 次元物体の識別を行ったり、アフィン変換に不变な特徴を用いるなどの拡張<sup>47)</sup>も比較的容易であり、様々な拡張が試みられている。

一方、問題点としては、

- ・基底の選択を何回も繰り返さなければならず、また投票数の集計を（モデル、基底）の組ごとに行わなければならないため、投票と集計に時間がかかる。
- ・基底の生成に用いる点に誤差が含まれる場合、誤差が拡大されてしまう。

などがあげられる。これらの問題点に関しては、

- ・アルゴリズムの並列化による高速化法<sup>51)~53)</sup>
- ・直線分を基本特徴とすることにより、誤差を少なくする方法<sup>48)</sup>
- ・投票点近傍に投票を分散させることにより、誤差による投票の誤りを軽減する方法<sup>49),50)</sup>

などが提案されている。

## 5.2 その他の高機能化

Hough 変換を用いて、異なる種類の図形を検出する方法としては、パラメータ空間上に現れ

る円や橍円の投票パターンを解析し、直線や、円、橍円などを段階的に検出する方法<sup>44),45)</sup>がある。最近では、画像空間( $x, y$ )を複素平面( $x, iy$ )としてとらえ、直線と円弧が複素変換により直線パターンに変換できることを利用した直線と円弧の検出法<sup>46)</sup>が提案されている。この手法では、円と直線を同一の基準で同時に検出することが可能である。

## 6. む す び

本稿では、「高精度化」、「高速化」、「高機能化」の三つの観点から Hough 変換に関する近年の研究成果について述べた。

高精度化に関しては、量子化誤差を考慮した高精度なディジタル直線の検出法、ピーク形状の最適な当てはめにより高精度に直線分を検出する方法などが明らかにされている。今後は、直線以外の幾何学的対象に関して、高精度な Hough 変換を構成するという課題が残されている。

高速化に関しては、確率的アルゴリズムの導入が成功を収めている。今後は、Hough 変換以外のコンピュータ・ビジョンの問題における計算の複雑さを解決するために、このような確率的アルゴリズムを導入することが考えられる。

高機能化に関する成果としては、対象の形状に対して投票を行う Geometric Hashing の提案により、Hough 変換の適用範囲が対象の識別問題にまで拡大されたことがあげられる。Geometric Hashing は、画像特徴の抽出段階から対象の識別段階まで適用可能であり、多段に組み合わせることによってビジョンシステムを構成することもできる。今後は、Geometric Hashing における計算量と誤差の問題を解決することなどが課題として残されている。

高精度化、高速化、高機能化のすべてを満足するアルゴリズムを構成することは非常に困難であるが、数多くの研究によってその手がかりが得られていることも事実である。今後の研究に期待したい。

なお、本稿で紹介した Hough 変換のうち、いくつかのプログラムは、[ftp@vision.chino.it.okayama-u.ac.jp](mailto:ftp@vision.chino.it.okayama-u.ac.jp) から入手可能である。

## 参考文献

## [原理]

- 1) Hough, P. V. C.: Method and Means for Recognizing Complex Patterns, U. S. Patent No. 3069654 (1962).
- 2) Duda, R. O. and Hart, P. E.: Pattern Recognition and Scene Analysis, Wiley, New York (1973).
- 3) Ballard, D. H.: Generalizing the Hough Transform to Detect Arbitrary Shapes, Pattern Recognition, 13, 2, pp. 111-122 (1981).
- 4) Stockman, G. C. and Agrawala, A. K.: Equivalence of Hough Curve Detection to Template Matching, Com. of ACM, 20, 11, pp. 820-822 (1977).

## [サーベイ, 解説]

- 5) 松山, 輿水: Hough 変換とパターンマッチング, 情報処理, Vol. 30, No. 9, pp. 1035-1046 (Sep. 1989).
- 6) Princen, J., Illingworth, J. and Kittler, J.: A Formal Definition of the Hough Transform: Properties and Relationships, J. of Math. Imaging and Vision, 1, pp. 153-168 (1992).
- 7) Leavers, V. F.: Which Hough Transform?, CVGIP: Image Understanding, 8, 2, pp. 250-264 (Sep. 1993).
- 8) Kälviäinen, H., Xu, L. and Oja, E.: Recent Versions of the Hough Transform and the Randomized Hough Transform: Overview and Comparisons, Lappeenranta Univ. of Tech. Dept. of Info. Tech. Res. Report, Vol. 37 (1993).

## [高精度化]

- 9) Gerig, G.: Linking Image-Space and Accumulator-Space: A New Approach for Object-Recognition, Proc. of 1th-Int. Conf. on Comput. Vision, pp. 112-115 (1987).
- 10) Hunt, D. J., Nolte, L. W., Reibman, A. R. and Ruedger, W. H.: Hough Transform and Signal Detection Theory Performance for Images with Additive Noise, Comput. Gr. Image Process., 52, pp. 386-401 (1990).
- 11) Niblack, W. and Truong, T.: Finding Line Segments by Surface Fitting to the Hough Transform, Proc. of Machine Vision and Applications '90, pp. 237-240 (1990).
- 12) Shapiro, S. D. and Iannino, A.: Geometric Constructions for Predicting Hough Transform Performance, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1, 3, pp. 310-317 (1979).
- 13) Brown, C. M.: Inherent Bias and Noise in the Hough Transform, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 5, pp. 493-505 (1983).
- 14) Maitre, H.: Contribution to the Prediction of Performances of Hough Transforms, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 8, pp. 669-674 (1986).
- 15) Kiryati, N. and Bruckstein, A. M.: Antialias-

ing the Hough Transform, CVGIP: Gr. Models and Image Process., 53, pp. 213-222 (1991).

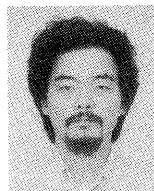
- 16) 和田, 藤井, 松山: “ $\gamma-\omega$  ハフ変換—可変標本化による  $\rho-\theta$  パラメータ空間のひずみの除去と投票軌跡の直線化—, 信学論 D-II, J 75-D-II, 1, pp. 21-30 (1992).
- 17) 和田, 関, 松山: ディジタル直線の幾何学的特性に基づいた  $\gamma-\omega$  ハフ変換の高精度化, 信学論 D-II, J 77-D-II, 3, pp. 529-539 (1994).
- 18) 浅野, 加藤: ディジタル画像における直線成分抽出のためのアルゴリズム, 信学技報, PRU-84-3, pp. 15-22 (1993).
- 19) 森本, 尺長, 赤松, 末永: 可変フィルタによるハフ変換の高精度化, 信学論 D-II, J 75-D-II, 9, pp. 1548-1556 (1992).

## [高度化]

- 20) Fischler, M. A. and Firschein, O.: Parallel Guessing: A Strategy for High Speed Computation, Pattern Recogn., 20, 2, pp. 257-263 (1987).
- 21) Kiryati, N., Eldar, Y. and Bruckstein, A. M.: A Probabilistic Hough Transform, Pattern Recogn., 24, pp. 303-316 (1991).
- 22) Xu, L., Oja, E. and Kultanen, P.: A New Curve Detection Method: Randomized Hough Transform, Pattern Recogn. Lett., 11, pp. 331-338 (1990).
- 23) Xu, L. and Oja, E.: Randomized Hough Transform (RHT): Basic Mechanisms, Algorithms, and Computational Complexities, CVGIP: Image Understanding, 57, pp. 131-154 (1993).
- 24) Leavers, V. F.: The Dynamic Generalized Hough Transform: Its Relationship to the Probabilistic Hough Transforms and an Application to the Concurrent Detection of Circles and Ellipses, CVGIP: Image Understanding, 56, pp. 381-398 (1992).
- 25) 塩野: 黒点ランダム抽出と重心を用いたハフ変換による円弧の検出実験, 信学論 D-II, J 75-D-II, 7, pp. 1195-1201 (1992).
- 26) Maresca, M., Lavin, M. and Li, H.: Parallel Hough Transform Algorithms on Polymorphic Torus Architecture, Multicomputer Vision, pp. 9-21, Academic Press (1988).
- 27) Guerra, C. and Hambrusch, S.: Parallel Algorithms for Line Detection on a Mesh, J. of Parallel and Distributed Comput., 6, pp. 1-19 (1989).
- 28) Cypher, R. E., Sanz, J. L. C. and Snyder, L.: The Hough Transform Has  $O(N)$  Complexity on  $N \times N$  Mesh Connected Computers, SIAM JC 19, pp. 805-820 (1990).
- 29) Ibrahim, H. A. H., Kender, J. R. and Shaw, D. E.: On the Application of Massively Parallel SIMD Tree Machine to Certain Intermediate-Level Vision Tasks, Comput. Gr., Image Process., 36, pp. 53-55 (1986).
- 30) Olson, T. J., Bukys, L. and Brown, C. M.:

- Low Level Image Analysis on an MIMD Architecture, Proc. of 1th-Int. Conf. on Comput. Vision, pp. 468-475 (1987).
- 31) 青山正人, 浅田尚紀, 松山隆司: 再帰トーラス結合アーキテクチャを用いた並列画像解析アルゴリズム(1)-並列 Hough 変換アルゴリズムとその性能評価-情報処理学会研究報告, CV 80-27, pp. 201-208 (1992).
- 32) Palmer, P. L., Petrou, M. and Kittler, J.: A Hough Transform Algorithm with a 2D Hypothesis Testing Kernel, CVGIP: Image Understanding, 58, pp. 221-234 (1993).
- 33) Lee, H. M., Kittler, J. and Wong, K. C.: Generalised Hough Transform in Object Recognition, Proc. of Int. Conf. on Pattern Recogn.-D, pp. 285-289 (1992).
- 34) Liang, P.: A New Transform for Curve Detection, Proc. of Int. Conf. on Comput. Vision, pp. 748-751 (1990).
- 35) Princen, J., Illingworth, J. and Kittler, J.: A Hierarchical Approach to Line Extraction based on the Hough Transform, Comput. Gr., Image Process., 52, pp. 57-77 (1990).
- 36) Li, H., Lavin, M. A. and LeMaster, R. J.: Fast Hough Transform: A Hierarchical Approach, Comput. Gr., Image Process., 36, pp. 139-161 (1986).
- 37) Illingworth, J. and Kittler, J.: The Adaptive Hough Transform, IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell., 9, pp. 690-698 (1987).
- 38) Tsuji, S. and Matsumoto, F.: Detection of Ellipses by a Modified Hough Transformation, IEEE Trans. C-27, 8, pp. 777-781 (1978).
- 39) Davis, L. S. and Yam, S.: A Generalized Hough-like Transformation for Shape Recognition, Univ. of Texas, Comput. Sci., TR-134 (1980).
- 40) 輪水, 沼田: 区分的 Hough 直線による高速 Hough 変換法 PLHT について, 信学論 D-II, J 72-D-II, 1, pp. 56-65 (1989).
- 41) Costa, L. D. F. and Sandler, M. B.: A Binary Hough Transform and its Efficient Implementation in a Systolic Array Architecture, Pattern Recogn. Lett., 10, pp. 329-334 (1989).
- 42) Svalbe, I. D.: Natural Representations for Straight Lines and the Hough Transform on Discrete Arrays, IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell., 11, pp. 941-950 (1989).
- 43) Bergen, J. R. and Shvaytser, H.: A Probabilistic Algorithm for Computing Hough Transforms, J. Algorithms, 12, pp. 639-656 (1991).
- [高機能化]
- 44) Pao, D., Li, M. F. and Jayakumar, R.: Detecting Parametric Curves using the Straight Line Hough Transform, Proc. of Int. Conf. on Pattern Recogn.-B, pp. 620-625 (1990).
- 45) 藤本, 岩田, 仲田:  $\theta$ - $\rho$  ハフ変換平面からの 2 次曲面のパラメータ抽出, 信学論 D-II, J 74-D-II, 9, pp. 1184-1191 (1991).
- 46) 暁, 安居院, 長尾: 複素数変換を用いた図面中の直線分と円弧の抽出, 信学論 D-II, J 75-D-II, 8, pp. 1338-1345 (1992).
- 47) Lamdan, Y. and Wolfson, H. J.: Geometric Hashing: A General and Efficient Model-based Recognition Scheme, Proc. of Int. Conf. on Comput. Vision, pp. 238-249 (1989).
- 48) Stein, F. and Medioni, G.: Structural Hashing: Efficient 2-D Recognition, IEEE Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell., 14, 12, pp. 1198-1204 (1992).
- 49) Lamdan, Y. and Wolfson, H. J.: On the Error Analysis of "Geometric Hashing", Proc. of IEEE Comput. Soc. Conf. on Comput. Vision and Pattern Recogn., pp. 22-27 (1991).
- 50) 川西, 出口, 森下: Geometric Hashing による画像マッチングのロバスト性向上について, 情報処理学会研究報告, CV 80-22, pp. 161-168 (1992).
- 51) Bourdon, O. and Medioni, G.: Object Recognition using Geometric Hashing on the Connection Machine, Proc. of Int. Conf. on Pattern Recogn.-D, pp. 596-600 (1990).
- 52) Rigoutsos, I. and Hummel, R.: Massively Parallel Model Matching-Geometric Hashing on the Connection Machine, Computer, 25, 2, pp. 33-42 (1992).
- 53) Khokhar, A. A., Prasanna, V. K. and Kim, H. J.: Scalable Geometric Hashing on Mas Par Machines, Proc. of IEEE Comput. Soc. Conf. on Comput. Vision and Pattern Recogn., pp. 594-595 (1993).

(平成 6 年 8 月 10 日受付)



和田 俊和 (正会員)

昭和 59 年岡山大学工学部電気工学科卒業。昭和 62 年東京工業大学大学院修士課程修了。平成元年同大学院博士課程修了。同年岡山大学助手。平成 6 年同大学院自然科学研究科助手、現在に至る。画像理解、パターン認識の研究に従事。



松山 隆司（正会員）

昭和 51 年京都大学大学院工学研究科修士課程修了。京都大学工学部助手、東北大学工学部助教授を経て、平成元年より岡山大学工学部教授。昭和 57~59 米国メリーランド大学客員研究员。工学博士。本会コンピュータビジョン研究会主査。画像理解、人工知能、並列処理に興味を持っている。昭和 55 年本会創立 20 周年記念論文賞受賞、平成 6 年電子情報通信学会論文賞受賞。著書「A Structural Analysis of Complex Aerial Photographs」(PLENUM), 「SIGMA: A Knowledge-Based Aerial Image Understanding System」(PLENUM), 「パターン理解」(オーム社)など。

