

## グラフクラスタリングを用いた歴史事象の

### シミュレーションの可能性について

赤間啓之, \*三宅真紀, 鄭在玲

東京工業大学社会理工学研究科 \*大阪大学言語文化研究科

歴史上の社会的なダイナミクスをシミュレーションするため、社会階層間のネットワークをひとつのグラフとみなし、MCL(Van Dongen,2000)によるグラフクラスタリングを施す。クラスタリング上の、直感的な精度評価と矛盾する特異な現象と並行的に論じられるものが、実は現実にも社会階層間の矛盾の形で生じていたことを、古代ローマやビザンツ帝国の皇帝専制を例に示す。

### Possibility of Simulation for Historical Phenomena Using Graph Clustering

Hiroyuki Akama, Maki Miyake\*, Jaeyoung Jung

Department of Human System Science, Tokyo Institute of Technology

\* Graduate School of Language and Culture, Osaka University

In this work, the Markov Cluster Algorithm (MCL) (Van Dongen, 2000) is applied as a graph clustering method to a social hierarchical network being considered as a graph to simulate a social dynamics produced in the human history. We found here an interesting parallelism between the clustering result representing a singular phenomenon contradictory to the instinctive accuracy evaluation and the strange kind of union generated among the social class worlds in the Roman and Byzantine Empires.

#### 1. まえがき

ランダムグラフの合成により作られたある特殊なネットワークに、グラフクラスタリングの一種であるマルコフ・クラスタリング(Markov Cluster Algorithm, MCL)を施すと、ハブに隣接している点を全部外に追い出し、隣接していない点を自分のクラスターに受け入れる、という特異な現象(排除 evacuation)が起こる。一見すると奇妙で不合理なものであるが、現実には類似した、アナログな現象が、矛盾をはらんだ社会的ダイナミクスという形で見出すことができる。本稿では、歴史の因果性の探究に数理モデルを導入した研究の系譜を振り返り、この排除 evacuation という現象を歴史のシミュレーションにどう活用できるか、その可能性を垣間見る。

#### 2. 研究の背景

##### 2-1. ブール代数解析

歴史上の因果関係を、数理的技法を利用してモデル化する古典的方法として、よく知られているのは、Ragin [5]のブール代数解析である。これは条件の連鎖、すなわち独立変数の値の組合せパターンと、その結果として生じた現実の事例、すなわち従属変数で表現された事象の出現の有無を、1,0のバイナリーな組み合わせとして解析する。たとえば、民族の政治運動の条件として、4つの原因間の多元因果を考えるとしよう。S:民族集団が大きいこと(人口10万以

上:1、10万以下:0)、G:経済発展(流出人口より流入人口が多い:1、少ない:0)、L:言語基盤が強いこと(その国の言語を知っている人が多い:1、少ない:0)、W:相対的に豊かなこと(一人当たりの総生産量が他の地域の平均以上:1、そうでない:0)とする場合、民族運動の条件は、 $E=SG+LW$ 、すなわち(SかつG)または(LかつW)、言い換えれば、

1:民族集団が大きくかつ流入人口が多い

または

2:言語基盤が強くかつ相対的に豊か

であるとされる。このように結果を従属変数として設定したとすると、有無という2値の名義尺度により、結果の決定条件の連鎖を真理表上で、すなわち2層の因果モデルの形で表現することになる。このように、Raginは、ブール代数の演算規則を用い、ある結果事象の背後に見出される多元因果(原因となる条件の組み合わせ)のパターンをできるだけ少ない数に集約するデータ縮約の方法を提案した。彼の目標は、「事例指向的な研究が一般的にもつ分析ロジックから離れることなく、質的比較の方法をフォーマライズする」ことにあった。ここで事例指向とは、Raginによれば、専門家が気に入った特定の専門領域を、ひとつの全体としての実体ととらえ、その個別的な複雑性を丹念に追い求める、質的研究の方向性のことである。

さて、歴史のモデル化という観点からして、ブール代数解析で注意すべき点がひとつある。

多元因果の計算のベースには、真理表が用いられるが、多元因果という関数を形式化するとき重要なのは、組み合わせのパターンが尽くされているかということである。独立変数が  $n$  個あるならば、この組合せパターンは  $2^n$  の  $n$  乗個だけ存在する。すると、現実には存在せず、結果値が決定できないパターンが多数存在するはずである。その場合、ダミーデータとして暫定的な従属変数値を真理表に組み入れるほかはない。しかし、そうした可能世界、あるいは未来の時点で起きるかもしれない事例については、数理的なシミュレーションの手続きを踏まないかぎり、「関心ある属性」の想像的描写が始まるのは避けられない。つまり指示対象の「实在論的アプローチ」という意味でのシナリオ化という欠点である。シナリオ化により、カテゴリーカルなデータのみを対象とする変数指向アプローチは、わずかな想像力で、すぐに内的論理を記述する事例指向アプローチへと揺れ戻されるだろう。こうして「補填」のためのダミーデータは、事例指向と変数指向の間のダイナミックな均衡を実現し、ブール代数解析の効力を示すための、一種の典型性を獲得しうる。

むろん、ブール代数解析そのものは、数少ないパターンデータをブール代数に則り、論理式の形で表された条件結合の簡素化を行うことに変わりはない。しかし、ブール代数解析は、オブザベーションから母集団を推定するという統計的アプローチを取らない以上、サンプルの想像的な網羅を厭わずに全称論理を貫こうとする以外に合理性を維持する手立てはない。このような社会科学的アプローチは、因果ネットワークの「内面」に直接深く貫入するので、特異な個別の歴史事象に対し、いったん仮想的モデル化の方向を取らざるを得なくなる。これはこのような多元因果の処理法の本質的な限界とも捉えられるが、社会科学の方法論というより、社会をとらえる人間の認知、言語、さらには哲学の面で、豊かな情報をもたらし、生産的な手法へと転じる可能性を秘めていると言える。

## 2-2. 信念ネットワーク

むろん、多元因果の処理は、このような真理表ベースのものにとどまるわけではない。たとえば、信念ネットワーク（ベイジアン・ネットワーク）では、確率行列つき因果関係のグラフをもとに、条件付確率のチェイン計算によって、多元因果を本質的にネットワークモデルで表現することが可能になる。たとえば信念ネットワークを直観的に示すものとして、「芝生はなぜ濡れているのか？」という因果関係の推定を行う計算の例（[3]）がある。このベイズ推論の例では、「C:曇りである」、「S:スプリンクラーで散水される」、「R:雨が降る」、「W:芝が湿っている」という4つの命題を各ノードに割り当て、

各命題が真・偽となる確率から結合確率を計算し、次のような因果関係のネットワークを描くことになる。

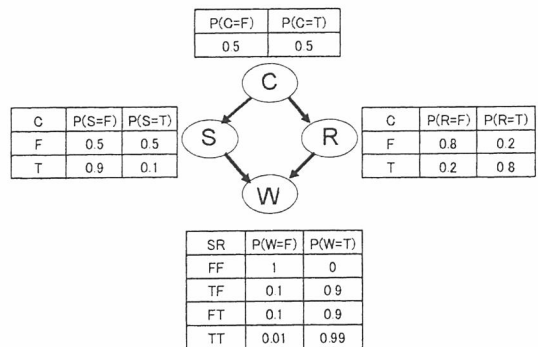


図 1. 濡れた芝生の信念ネットワーク

このように、信念ネットワーク（ベイジアン・ネットワーク）は、ブール代数解析のような因果モデルには見られない、「数理的アプローチ」、ここでは確率論的アプローチを取る。すなわち、この方法においては、可能だが現実には生成しなかった事象についても、同一の確率論的なフレームで扱えるということである。さらに、ブール代数解析では、相互の影響関係はまったく捨象され等しく原因と考えられた独立変数間にも、信念ネットワークではミクロな因果関係のネットワークを設定できるという利点がある。むろん、そもそも信念ネットワークは、主に大規模データをもとに条件付確率のチェイン計算をおこなうという点でブール代数解析とは対象とするデータのサイズ域がまったく重ならない。その点に関しては確かに両者を比較する意味はさほどないかもしれない。

しかし、ブール代数解析も信念ネットワークも、多元因果モデルである以上、条件や事態など抽象化されたエンティティを設定項とするということでは共通である。すなわち、両者とも、多元因果を本質的にネットワークモデルで表現することにおいては本質的な相違点はなく、シミュレーションとしては間接的なアプローチを取るものであるといえよう。つまり、過去の現実の概念的ではなく即物的な「直接的シミュレーション」を行うことができないという点ではまったく変わらない。

## 3. 歴史のシミュレーション

それでは、過去の現実の直接的なシミュレーションとはいかなることを指すのだろうか。それは、歴史上の因果過程を、そこに登場する個人の振舞いから、エージェントベースの社会ネ

ネットワークの形で表現することである。歴史の直接的シミュレーションは、言うまでもなく、名もなき個人に関する資料の決定的不足という本質的限界ゆえに--気づかないうちに取り掛かっていたとしても--まだようやく端緒についたばかりであろう。むろん、もはや眼の前に存在しないものに関し、我々の手で紙上、舞台上、そして計算機上で再現してみせることなどそもそも不可能、と断じる向きも故なきことではない。だが、過去の事象は、もはや動かせない決定的結果のまわりを、無数の不可知(特に因果関係)が取り巻くという、シミュレーションには恰好の構成を呈していることに注意を払う必要がある。

こうした点については「現在」の世界でも同様である。だが「現在」に対しては、対象個人の複雑多様な属性規定に踏み込むことなく、エージェントベースの社会ネットワークに基づく単純なシミュレーションが盛んに行われている。たとえば、個体を一つのノードとし、個体間の関係をエッジで表したグラフは、エージェントベースのアプローチが担う意味、研究上の必要性を象徴的に表している。「現在」の世界においてグラフは、WWW 中のコミュニティ発見など、知識マイニングの手法として広く用いられている。たとえば、以下に示す Zachary の Karate Club などは、グラフクラスタリングを用いて、比較的最近のグループダイナミクスのインスタンスを見事にシミュレーションしている。

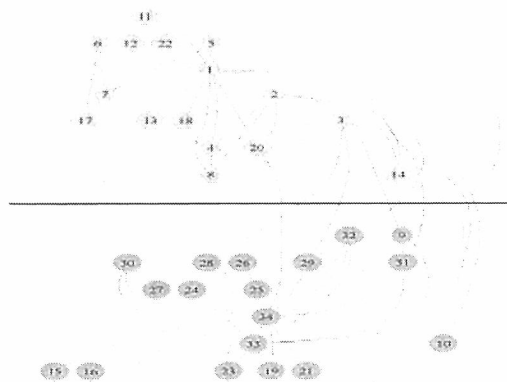


図2 Karate Club のクラスタリング

これはグラフクラスタリングに判別力を見出す契機となったものとしてよく知られたデータである。事例は、Karate Club という組織の 34 名のメンバーを点に、互いの人間関係の有無を辺によって表したネットワークの形で表現されている。さらに教師データとして、現実に関起った内部分裂の結果がラベル付けされている。Karate Club データは、規模や明瞭さの上で、グラフクラスタリングが実際の派閥構成をシミュレーションできるか試すには好適である(例とし

て[4])。つまり、現実の内部分裂と同じ形で、このグラフを 2 個のサブクラスターに分けることができる。実際、Markov Cluster Algorithm(MCL)では精度 100%、他のグラフクラスタリングでもほぼそれに近い精度で、これを実現している。グラフクラスタリングによりエージェントベースの行動シミュレーションが可能であることは、ほぼ間違いない。

むろん、こと「過去」の世界を対象にした場合、因果関係特有の系列的フレームを外し、実際に起こった事象をコンピュータ上でシミュレーション計算した結果として表現するには、まだ解決すべき多くの問題が残されているように思われる。しかし、本稿では、過去の世界において、因果関係そのもののネットワークが描ければ、歴史の理解がとりあえず完了したという、暗黙の意識に、何らかの楔を打ち込みたいと考えている。ここでは、因果関係のネットワークを構成するのではなく、現実社会のありのままのネットワークに対する計算過程から因果関係を発見的に導出することを目指す。それを歴史シミュレーションと呼ぶならば、それは、純粋な「事例指向」アプローチのように、歴史事象の「神は細部に宿り給う」のような、対象の詳述に至高の内在的な価値を置くことでもなく、純粋な「変数指向」アプローチのように、歴史の確率的ルールもしくは必然的法則を帰納ないし演繹するものでもない。

もし、歴史シミュレーションが可能ならば、それはむしろ、特異な個別の歴史事象に対し、いったん仮想的モデル化の手続きを行い、それに対する「實在論的アプローチ」と「数理的アプローチ」を一体的に利用し、新しい論理的手法を構築する以外にありえないと思われる。その場合、「實在論的アプローチ」とは、あたかも Karate Club の例のように、現実の歴史的過程をいったん可能世界の仮想的事象に還元し、その上で既存の歴史的知識を照射するという方法となる。「数理的アプローチ」としては、「實在論的アプローチ」と相容れない統計的手法を導入しない代わりに、対象との親和性を考慮して、信念ネットワークもその一部である「意味ネットワーク理論」の中から最先端のネットワーク科学(グラフ理論)を利用する。ネットワーク科学がもたらす知識表象においては、ネットワーク中のそれぞれの点ノードは、そのオントロジーのレベルにおいて同質性が前提になっており、できるだけ還元された基本要素であることが望まれる。歴史シミュレーションにおいても、ブール代数解析や信念ネットワークのように、ある程度抽象化された概念をノードとするよりは、Karate Club の例のように、人間個人そのものをノードにした方がシミュレーションとしての意味が活かせるであろう。むろん、その場合、点ノード間を結ぶ辺はもはや因果関係

のパスには相当せず、直接的な人間関係そのものを指すことになる。

それでは、「実在論的アプローチ」と「数理的アプローチ」を連携させる論理としては何が考えられるだろうか。おそらく我々は、Raginのブール代数解析の背景にある、「事例と変数をとともに活かす」という問題意識に立ち戻らざるをえないが、そこではもはや「文理融合」のような表面的な研究ストラテジーのレベルを超え、深い哲学的な考察に踏み込んでいかなくてはならないと思われる。その場合、現在、ともすると知の創造的技法として捉えられがちな、Peirceのアブダクションのように、知的飛躍を鋭く根拠付ける論理学の導入が必要になるであろう。アブダクションは、通常の論理(演繹、帰納)でない第三の論理として、ある領域内で異質性の強い物事を他の全く異なる領域内で異質性の強い物事へと、直感的な連想力をもとにした飛躍的発想により大胆に関連付けることである。そのことが新しい探究の原点になり、より詳細で「地に足が着いた」分析へと道を開くことになる、というのがアブダクションの究極の存在意義であると言える。

このように歴史シミュレーションとは、異質性の媒介論理である「アブダクション」を用いて、1)未知と既知の境界にある世界を想像的モデルとして定位する「実在論的アプローチ」と、2)因果関係にとらわれないネットワーク形式の知的表象を計算の対象とする「数理的アプローチ」を、過去に存在した主体群の行動分析のため連携させるという方法である。本稿では具体的には、ローマ帝国史における社会階層関係から、そのようなエージェントベースのシミュレーションを、グラフクラスティングの手法である MCL(Markov Cluster Algorithm)(Van Dongen,2000)を利用して試みる。

## 4. 特異な歴史事象とグラフ上のカオス

### 4-1. ローマ帝国の社会階層

ここでまず、具体的な「実在論的」アプローチにおける特異な例として、地中海世界の歴史を紐解くことから始めてみよう。よく知られているように、古代ローマやビザンツ帝国の皇帝専制においては、元老院階級は支配身分として形の上では尊重されたが、皇帝はしばしば元老院(階級)を忌み嫌い、粛清を繰り返した。一方で民衆にはパンとサーカスを与えてこれに媚び、喝采を得ようとしたということはよく知られている。また、ビザンツ帝国のマケドニア朝は官僚制が整備され皇帝専制体制が確立したと言われているが、帝位継承ルールが確立せず、篡奪やクーデタは日常茶飯事だった。そうした争乱の中で、首都コンスタンティノポリスの民衆の動向が決め手になった例がいくつかある。

ビザンツ史家の井上浩一はこれを中世西欧の都市民衆の自治権闘争(コミュン運動)に対応するものと述べている([2])。

ビザンツ帝国の場合、首都民衆はほとんどの場合、篡奪を図る側ではなく、無能(むしろ有害)と知りつつ、マケドニア正統王家の側についていた。恐らく、皇帝の(民衆からすれば遠い)専制権力によって、より身近な(勃興しつつある)大土地所有者階級の権力が抑えつけられることは、民衆にとって相対的に有利だったからであろうと考えられる。

こうした歴史的になんらかの違和感をもたらす現象をシミュレーションするため、社会的階層関係をきわめて単純化し、エージェントベースのネットワークの形で模擬的に構成してみることにしよう。「数理的アプローチ」で利用するのは、Karate Clubのシミュレーションにも使用したグラフクラスティングであるが、その中でも現在この分野の主流になっている Newman系の Modularity 最適化ベースのクラスティングではなく、ランダムウォークを利用した MCL(Markov Cluster Algorithm)(Van Dongen,2000)と呼ばれる手法である。

ここで MCL の原理([6])を簡単に述べておく。MCL はランダムウォークにおける遷移行列を一定の規則に則って書き換えていくことに存している。すなわち、ランダムウォーカーの移動ステップに対応する単純な遷移行列のべき乗に加え(これを Expansion という)、そのつど、遷移行列のアダマール積を取り、さらにそれを再スケール化し確率行列の性質を保持する(これを Inflation という)。Inflation とは、つまり行列の各要素の 2 乗を計算し、各列で総和を取ってそれで割り直す事だが、これによって、各列の値の総和は 1 になるという条件の下、各値は 0 に近いものはますます 0 に近づき、1 に近いものはますます 1 に近づく。Expansion-Inflation のセットを 20 回近く反復すると、遷移行列はこのようになすすすメリハリの効いたものになり、ランダムウォーカーは、次第に結線の密なサブグラフにトラップされて、そこから抜けられなくなる。この計算が収束すると、ネットワーク全体は、オーバーラップのない、複数のサブグラフに分割され、グラフクラスティングは完了する。

MCL はこのようにきわめてシンプルなアルゴリズムながら、赤間らが発見したように、はハブ(一番結線数が多い点)の周囲の状況によって、時々奇妙な振舞いが見られる([1])。これは、「数理的アプローチ」が抱え込む特異性として、その意味を「数理的アプローチ」とは別の観点から考え直さないといけないと思われるほど奇妙なものである。

### 4-2. MCL における排除

その特異性とはすなわち、ハブに隣接した点の多くが、ハブを含むクラスター(サブグラフ)から離脱するという現象であり、我々はこれを排除 evacuation と呼ぶ。この極端な例が図に示すような三層構造をもつピラミッド的なグラフの MCL である。ここではまず中間層と最下層の間に 2 部グラフを設定し、その上で各層内に少ない結線を加える。そしてハブを 1 個最上位に置き、それは中間層のノードのすべてと隣接するという設定にする。これは、最上位のハブを皇帝、中間層を元老院、最下層を民衆と考えると理解しやすい。

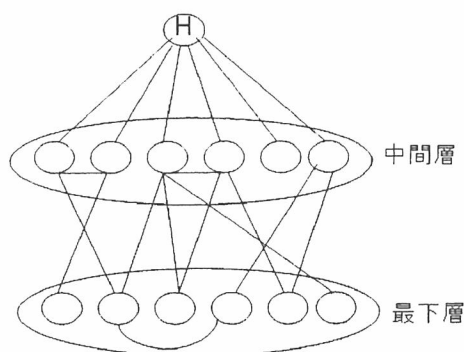


図3.排除を生み出す三層構造ネットワーク

たとえば、ここで計算の簡便化のために最上位ハブ 1 個、中間層のノード数  $n$ 、最下層のノード数を同じく  $n$ 、中間層と最下層の間の結線率を 0.2、中間層内の結線率を 0.02、最下層内の結線率は 0 と固定する。この結線率の選択は恣意的なものである。そして、それぞれの区画に二項分布に基づくランダムグラフを発生させると、 $n$  がほぼ 500 を越えた時点でそのクラスタリング結果は安定し、常に同一の排除 evacuation を示した。だが、この結果は、後で見ると、結線率パラメータに関しては、カオスの振舞いを見せていることに注意したい。

ここで興味深いのは、上記条件でのクラスタリング結果に見られる、サイズが極端に大きなクラスターの存在である。我々はこれをコアクラスターと呼ぶ。先の条件下では全体が 2 つのコアクラスターに大きく 2 分される。興味深いことに、 $n$  がほぼ 500 を越えた時点で、結線率パラメータが変わらなければ、必ず一方のコアクラスターは、ハブとそれが隣接しない最下層からなり、もう一方のコアクラスターは中間層に一致するということである。つまりこの場合、極端なことに、ハブは全く隣接しないノード

とクラスターを形成し、隣接するノードをすべて外に追い出す結果になっている。

つまり、このようなことが起きているのである。皇帝であるハブは、その直下の元老院階級(中間層)をすべて掌握しているが、同時にある程度、中間層の各メンバーを互いに孤立させている。中間層は最下層の民衆をかなり密に掌握しているが、民衆はお互いに切り離され、ばらばらである。ところが、マルコフ過程にもとづく MCL 計算で集団の統合を予測しようとするのと、皇帝と、直接つながっていない民衆が一体になり、配下の元老院階級(中間層)を排除するという、ローマ・ビザンツ帝国の歴史に見られる、よじれたメカニズムが計算出力される。つまり、近いものを遠ざけ、遠いものを近づけるわけである。これは、Modularity  $Q$  (Newman, 2004) のような通常のクラスタリング精度に逆行する振舞いをするわけで、ひじょうに特異な現象であると言える。

むしろ、他のパラメータ値条件でも、しばしば排除 evacuation が現象として出現している。以下の表で、各行は中間層内結線率、各列は中間層-最下層間結線率に対応しており、ランダムグラフを複数回発生させて計算した際の恒常的な結果を示している。

|      | 0.01                             | 0.02                       | 0.03         |
|------|----------------------------------|----------------------------|--------------|
| 0.1  | 1 コアクラスターと<br>シングルトンクラスター群       | 1 コアクラスターと<br>シングルトンクラスター群 | 1 クラスター(非分割) |
| 0.15 | 1 クラスター(非分割)かあるいは<br>2 個のコアクラスター | 1 クラスター(非分割)               | 1 クラスター(非分割) |
| 0.2  | 2 個のコアクラスター                      | 2 個のコアクラスター                | 1 クラスター(非分割) |

表1.結線率の差異によるMCL結果のカオス

ここで、「2 個のコアクラスター」とは、必ず排除 evacuation によるものを指し、「1 コアクラスターとシングルトンクラスター群」という場合、必ずハブと最下層によりコアクラスターが 1 個生成した上で、後は中間層の各ノードが 1 ノード 1 クラスターに分解したことを意味している。この結果から見ても、MCL が示すクラスタリングの特異性は確実に存在し、アブダクション的な論理に訴えれば、現実にとそれと対応する特異な事象-たとえば、遠交近攻といった言葉でそれは表現されてしまうだろうが-を見出し、一方を他方のシミュレーションとして扱うことに、新たな創造的研究の端緒が開かれると言って過言でないように思われる。

## 5. グラフの視覚化

この特異な結果を、Java で開発されたグラフ描画ソフト、Prefuse (<http://prefuse.org/>) を用いて表示する。視覚化の際の見やすさを考え、最上位ハブを除く各階層のノード数  $n$  を 150 にした。すなわち、ノード番号 2~151 が、ノード 1 に隣接する中間層、ノード番号 152~301 が、中間層のどれかと隣接するがノード 1 とは隣接しない最下層である。N=150 では、クラスタリング結果はまだ安定せず、排除 evacuation は完璧には行われぬが、ほぼその傾向をしめす 2 大コアクラスターに分割される。

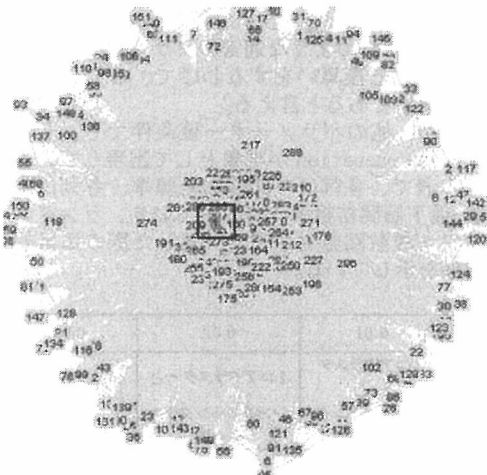


図 4. 皇帝(ノード 1)を取り巻く民衆と排除される元老院階級

図の中心におけるノード 1(□で囲んだもの)は最上層におけるハブ、すなわち皇帝に相当する。その周囲を取り巻くノードの多くは 152 以上の番号を持ち、実はノード 1 に隣接していない(距離 2 である)にもかかわらず、ノード 1 と同一のマルコフクラスターに属する。反対に図の外周に位置し、全体を遠巻きにしている点は、その多くが 151 以下の番号を持ち、ノード 1 に隣接しているにもかかわらず、別のクラスターを形作っていることがわかる。

なお、このように同心円状で階層化されたグラフは、Prefuse において Connectivity Filter の Distance を 2、Gravitation constant を最小、Spring Force の Spring Coefficient を最大、DefaultSpringLength を最大にするとブラウザ上で得られるものである。

## 6. あとがき

すでに本稿で述べたように、MCL のようなグラフクラスタリングは、社会のコミュニティの振舞いをシミュレーションするため、よく用いられている。しかし、このような特異な現象は論じられていないし、気づかれてもいない。グラフクラスタリング面での特異性は、グラフのサイズとはほぼ無関係に、結線率パラメーターでカオス的な振舞いが生じるということであり、その理由は今のところ未解明である。一方、歴史の現実からすると、ローマ・ビザンツ国内の特異な「遠交近攻」のストラテジーが、長い間平衡性を維持した原理について、その深い理由の説明は困難を極めるだろう。一言で言って、この特異性は、まったく異質な分野ながら奇妙な同型性を見せている。この異質なものの同型性から創造的研究の道を切り開くための論理こそ、まさしく Peirce がアブダクションと呼んだものにほかならない。

すなわち、このような歴史モデリングは、初期段階では、没因果論的アプローチであり、因果性を探求するならば、まずその起点に、モデルと現実の間の同型的特異性を置くという、斬新な特徴がある。むしろこのアイデアの帰趨が、今後の本格的な研究に待つべき点が多いことは言うまでもないだろう。今後解決されなければならない課題がきわめて多いことは確かである。

## 7. 謝辞

ほとんど著者の 1 人と呼んでよい赤間祐介氏(東京学芸大学)の貴重な指摘のおかげで論考をまとめることができました。深く感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1]Akama,H., Miyake, M., Jung, J, How to Take Advantage of the Limitations with Markov Clustering?--The Foundations of Branching Markov Clustering (BMCL), IJCNLP-2008 (Accepted, To Appear)
- [2]井上浩一, 生き残った帝国ビザンティン, 講談社現代新書, 1990
- [3]Murphy, K. A Brief Introduction to Graphical Models and Bayesian Networks, <http://www.ai.mit.edu/~murphy/Bayes/bayes.html> 1998.
- [4]Newman, M.E.J. Detecting Community Structure in Networks, The European Physical Journal B Condensed Matter and Complex Systems Publisher Springer, pp.321-330, 2004
- [5]Ragin, Charles C. Comparative Method, Moving Beyond Qualitative and Quantitative Strategies, The University of California Press, 1990
- [6]Van Dongen, S. Graph Clustering by Flow Simulation. PhD thesis, University of Utrecht, 2000