数理ゲーム理論の囲碁の最終盤への応用（２）

瀧澤武信
早稲田大学政治経済学術院
takizawa@waseda.jp

数理ゲーム理論(Mathematical Game Theory)は組合せゲーム理論(Combinatorial Game Theory)とも呼ばれ,組合せ数学(Combinatorial Mathematics)の一分野である.この理論は 1960 年代に本格的な研究が始められ,1970 年代に California 大学 Berkeley 校の E.Berlekamp 教授,英国 Cambridge 大学の J.Conway 教授,カナダ Calgary 大学の R.Guy 教授らにより確立された. 筆者は Berlekamp 教授がこの理論を囲碁の最終盤に適用し始めた直後の 1991 年から,同教授らの研究グループと共同研究を行ってきた.
本論文では数理ゲーム理論の囲碁の最終盤への適用について述べる.

An Application of Mathematical Game Theory to the Late Stage of Go End-games

Takenobu TAKIZAWA
Faculty of Political Science and Economics, Waseda University
takizawa@waseda.jp

Mathematical game theory is a field of combinatorial mathematics, and was established by Prof. Elwyn Berlekamp of the University of California at Berkeley, Prof. John Conway of Cambridge University, United Kingdom, and Prof. Richard Guy of Calgary University, Canada in the 1970's. The author has coresearched the theory with Professor Berlekamp's group, using the very late-stage endgame of Go as a subject matter.
In this article, the author discusses how the theory works in the late stage of Go end-games.

0. はじめに

数理ゲーム理論は 20 世紀初頭の Nim と呼ばれるゲームの研究が起源である[3]が, 1960 年代の Berlekamp 教授による Dots and Boxes と呼ばれるゲームの研究等の過程で, それはさらに抽象化された[1][4]. 数理ゲーム理論の囲碁（数理碁）の最終盤(日本の囲碁ル-ルにしたがえばすべての石は単独での「活き死に」がすでに決定されていて,残っているのは先手 1 目,後手 2 目,後手 1 目の寄せだけしかない状況)への適用は, 1990 年頃から研究が開始された. 現在, 中村貞吾氏らによる攻め合いの研究[5]の他, 最終盤については, 劫が起こりうる場合とそうでない場合を題材として研究を進めている[9]. ここでは,その一部を示す.

1. 劫を含まない単純なゲーム

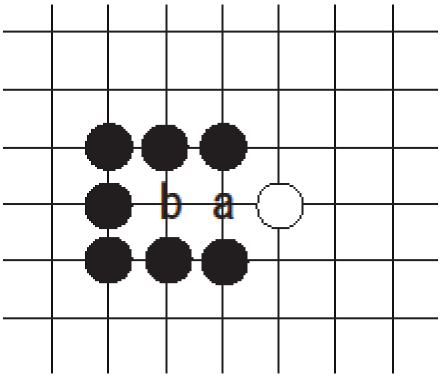

図 1.1　ゲーム C

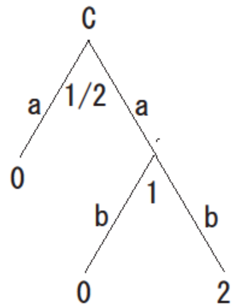

図 1.2 日本ルールによる分析

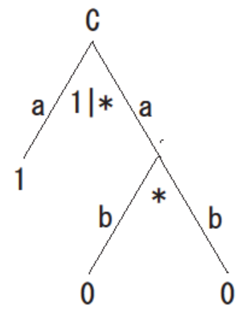

図 1.3 中国ルールによる分析

図1.1は囲碁の部分局面である.但し,黒石も白石も活きているものとする.

この局面をゲームCとすると,Cからの黒の次の手の候補は図1.1のaに打つ手だけである.また,白の次の手の候補もaに打つ手だけである.白がaに打った後，日本ルールではbの地点は「ダメ」であるが，中国ルールでは1目の価値がある．

一般のゲームにおけるLは囲碁では黒,Rは白である．また，囲碁の最終盤の局面では1手につき1目寄せるのが標準的である．このような場合,チルド・ゲームを用いると有効である．日本ルールと中国ルールに基づくチルド・ゲームは，それぞれ，1/2，1|*である（図1.2，図1.3)．

2.　劫を含む単純なゲームおよび組み合わせゲーム

単純な劫を含むゲーム，単純な劫が起こりうるゲームでも，劫のないものと比べると複雑で興味深い．劫を含むか劫が起こりうるゲームは1995年から2000年にかけてKo-Masterという概念を用いて研究された[2][7][8]．Ko-Masterは劫に勝てるが，劫を取った後，すぐに劫をツグ（埋める）必要があるという概念である．その後，これらのゲームはKo-MonsterおよびNeutral Thread Environment（NTE)という概念を用いて研究されている[6]．Ko-Monsterは大きい劫立てを沢山持ち，劫に勝てるだけではなく，劫を取った後すぐに劫をツグ必要がない．また，Neutral Thread Environmentにおいては，最初に劫を取った側が劫に勝てるが，劫を取った後，すぐに劫をツグ必要がある，という概念である．すなわち，両者に同じ大きさの劫立てが同じ数あるという状態で，劫を取られた側が劫立てを使って，劫を取り返せるが，その逆側が直ちに同じ大きさの劫立てを使って再び劫を取り返せるという仮定である

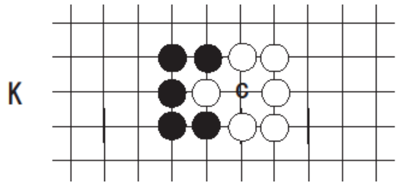

図 2.1 ゲーム K

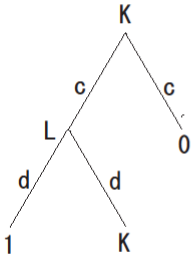

図 2.2 日本ルールによる分析

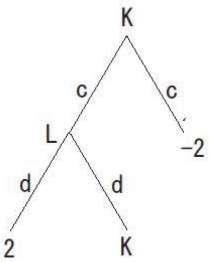

図 2.3 中国ルールによる分析

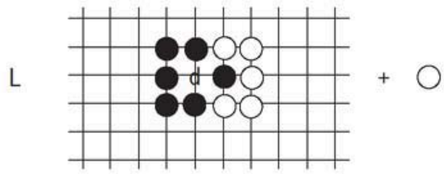

図 2.4 ゲーム L

（一方, 劫を取った後, ツギを打たないと, 相手に取り返されたときに，同様の状態になる）．図 2.1 は劫の局面（ゲーム K）であり，日本ルール，中国ルールそれぞれによる Chilled Game の分析は図 2.2 と図 2.3 のようになる．なお，図 2.2 と図 2.3 におけるゲーム L を図 2.4 に示す．

図 2.5 は劫が起こりうる局面（ゲーム P）であり，日本ルール，中国ルールによる Chilled Game の分析は図 2.6 と図 2.7 のようになる．なお，図 2.6 と図 2.7 におけるゲーム Q を図 2.8 に示す．

様々な条件下におけるゲーム C とゲーム K およびゲーム C とゲーム P の組み合わせゲームに関する分析結果を表 2.1 と表 2.2 に示す．

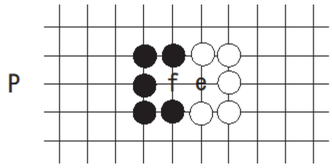

図 2.5 ゲーム P

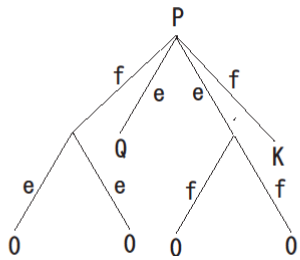

図 2.6 日本ルールによる分析

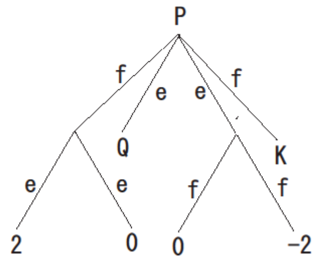

図 2.7 中国ルールによる分析

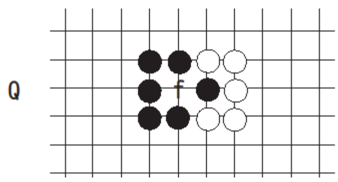

図 2.8 ゲーム Q

3．おわりに

本研究にあたり,多大なご助言を賜わった UC, Berkeley の Elwyn Berlekamp 教授に深謝する．同教授のセミナーで,熱心な討

Turn	Condition	Japanese Rule	Chinese Rule
B	Ko−monster(B)	a or c	c
	Ko−master(B)	a or c	c
	NTE	a or c	a or c
	ko−master(W)	a or c	a or c
	ko−monster(W)	a or c	a or c
W	Ko−monster(B)	a or c	a or c
	Ko−master(B)	a or c	a or c
	NTE	a or c	a or c
	ko−master(W)	a	a
	ko−monster(W)	a	a

表 2.1 C+K

Turn	Condition	Japanese Rule	Chinese Rule
B	Ko−monster(B)	a	a or e
	Ko−master(B)	a	a or e
	NTE	a	a or f
	ko−master(W)	a	a,e or f
	ko−monster(W)	a	a,e or f
W	Ko−monster(B)	a	a or e
	Ko−master(B)	a	a or e
	NTE	a	a or e
	ko−master(W)	a	a,e or f
	ko−monster(W)	a	f

表 2.2 C+P

論を行った David Wolfe, Yonghoan Kim, Martin Müller, Kuo-Yuan Kao, William Fraser らの各氏，特に William Spight 氏と中村貞吾氏に感謝する．

数理ゲーム理論を応用して囲碁の最終盤での最善手を求める研究はすでに一定の成果を得ているが,逆に,囲碁の最終盤の研究により数理ゲーム理論が拡張された．

参考文献

[1] Elwyn Berlekamp, John Conway, Richard Guy: *Winning Ways*, Academic Press, 1982.

[2] Elwyn Berlekamp, David Wolfe: *Mathematical Go*, A K Peters, 1994.

[3] Charles Bouton: *Nim, a Game with a Complete Mathematical Theory*, Annals of Mathematics, Second Series Vol. 3, 1902.

[4] John Conway: *On Numbers and Games*, Academic Press, 1976.

[5] Teigo Nakamura: *Counting Liberties in Go Capturing Races*, Games of No Chance 3, Cambridge University Press, 2009.

[6] William Spight: *Evaluating Kos: A Review of the Research*, The 4th International Conference on Baduk, 2006.

[7] 瀧澤武信：数理ゲーム理論とその応用(1)--(5)，早稲田大学政治経済学部教養諸学研究，1996--2000.

[8] Takenobu Takizawa: *An Application of Mathematical Game Theory to Go Endgames: Some Width-Two Entrance Rooms With and Without Kos*, More Games of No Chance, Cambridge University Press, 2002.

[9] 瀧澤武信:数理ゲーム理論の囲碁の最終盤への応用，ゲーム・プログラミングワークショップ，2009.