信念伝搬型位相シフト法による三次元形状計測

井上 学† 和田 俊和†

† 和歌山大学システム工学部 〒 640-8510 和歌山市栄谷 930 番地

E-mail: †{manabu,twada}@vrl.sys.wakayama-u.ac.jp

あらまし 位相シフト法は，比較的少数の画像の解析のみで高精度な形状計測を行うことが可能である．しかしながら，投影した格子パターンの位相が何番目の周期に含まれるかを求めないと物体全体の三次元形状の計測を行えない問題がある．本論文では，この問題を離散最適化問題として定式化し，Belief Propagation（信念伝搬）法を用いて解くことにより，位相接続を行う方法を提案する．本手法では，計測物体の絶対的な奥行きではなく，各点の周期を決定することで滑らかな三次元形状を計測することを目的にしている．

キーワード 三次元計測，位相シフト法，離散最適化問題，Belief Propagation 法

1. はじめに

三次元計測の手法として，光を投影して観測される反射光から奥行きを計測するアクティブ方式があり，光切断法，空間コード化法，位相シフト法，モアレ法，などがこの手法に分類される．これらの中でも，位相シフト法は，少数枚の画像を解析するだけで，サブピクセル単位での高精度な形状計測が行えるメリットがある．また，カメラ，パターン投影装置，コンピュータの比較的安価な装置のみで三次元形状計測装置が構成できるという簡便性，人間の顔のような形状が複雑な物体の計測や，精密部品の細かい凹凸の検出など，さまざまな用途で利用できるという柔軟性もある．

しかしながら，位相シフト法は複数の正弦波格子パターンを数回に分けて投影するため，投影した正弦波格子パターンの位相が何番目の周期に含まれるかを求めないと物体全体の三次元形状を計測することができない問題がある．これを，本論文では「位相値の不定性問題」と呼ぶ．このような位相値の不定性問題は，計測物体が明るい色をしたなだらかな曲面であれば，容易に解決することができるが，不連続な物体や投影光が届かない影部などが存在する場合，投影パターンが分断・欠落するため，位相接続処理が困難である．従来，この問題の解法としては複数の異なる周期の正弦波格子パターンを追加して投影する方法などが提案されている．しかし，この方法では余分な投影パターンの撮影を行うため，撮影時間が伸びてしまい静止物体の計測しか行えないといった問題がある．その問題の対策として，複数の異なる周波数を R,G,B の各レイヤーに対応させて，光学的に合成した拡張パターンによる計測手法が提案されている [1]．ただし，この方法では，色の濃い物体ではうまくいかない場合があり，計測精度に支障をきたしてしまう．

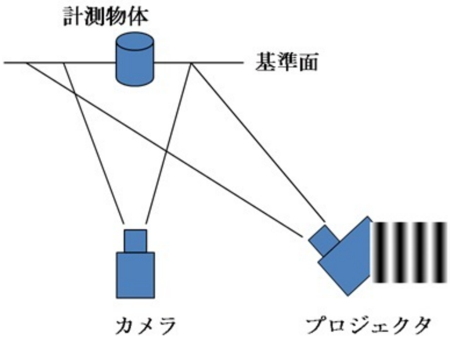
そこで本論文では，同一物体の奥行きは連続的に変化するという性質に着目し，位相値の不定性問題を離散最適化問題として定式化し，この解法としてよく用いられる Belief Propagation（信念伝搬）法を用いて解くことにより，位相接続を行う方法を提案する．Belief Propagation 法は，隣接するサイトにメッセージを伝搬させることによりラベルの推論を行うアルゴリズムである．この方法では，計測物体の絶対的な奥行きではなく，各点の周期を決定することで滑らかな三次元形状を復元することを目的にしている．このため，離散最適化において用いられるデータ項は，ほとんどの点で 0 であり，ほぼ平滑化項のみで計算が行われる．したがって，空間コード化法などと組み合わせ，画像上の数箇所でデータ項を与えることが出来れば，絶対的な奥行き計測に拡張することも可能であると考えられる．

実物体を対象にした形状計測実験では，不連続な表面を持つ対象物や投影光が届かない陰影部分などが存在する場合でも，正確に位相接続が行えることを確認した．また，同手法と同じアクティブ方式である空間コード化法を用いた Kinect による計測結果との比較を行い，本手法による三次元形状計測結果の方が極めて精度が高いことも確認した．

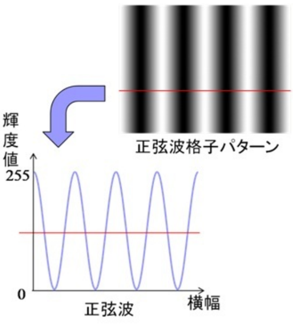
以下，第 2 章では関連手法の位相シフト法と Belief Propagation 法について説明する．第 3 章では Belief Propagation 法による位相値の不定性問題の解決方法について提案する．第 4 章では形状復元方法を述べ，第 5 章では本手法の精度実験を行い，第 5 章で結論を述べる．

2. 関連手法

本章では，関連手法の位相シフト法と Belief Propagation 法について説明する．



(a) 計測システム



(b) 正弦波格子パターン


(c) 計測物体 (手)

図 1　位相シフト法

2.1　位相シフト法

位相シフト法とは，明度が正弦波状に変化する格子パターン（図 1 (b)）を計測物体（図 1 (c)）に投影し，この格子パターンの位相を，一定間隔でずらして複数回撮影した画像を解析することにより，形状計測を行う手法である．

2.1.1　概　　要

まず，図 1 (b) のような濃度パターンを持つ正弦波格子パターンを作成する．次に，このパターンをプロジェクタで投影し，それを一定速度で 1 周期分駆動させていく．そのときの位相の変化をカメラで複数枚撮影する (図 2)．ここで x, y をそれぞれ撮影した画像における横軸と縦軸とし，t を正弦波格子パターンの駆動量をあらわすパラメータとすると，画素 (x, y) において観測される輝度値 I は式 (1) のようになる．

$$I(x, y, t) = I_{bias} + A(x, y)cos(\theta + t) \tag{1}$$

I_{bias} は環境光および投射光パターン等の直流成分（バイアス成分）を示し，A は投射光パターンの強度を示す．撮影画像から得られる輝度値の時間的変化から最初に投影したパターンの位相復元を行う．この復元位相値 θ は式 (5) のように求まる．

$$I = I_{bias} + A(cos\theta cost - sin\theta sint) \tag{2}$$

$$\int_0^{2\pi} Icostdt = Acos\theta \int_0^{2\pi} cos^2 tdt = Ccos\theta \tag{3}$$

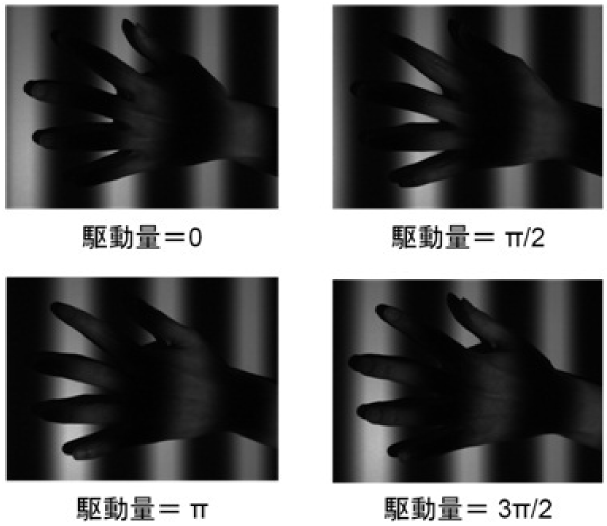


図 2　位相を $2\pi/N$ ずつ駆動させた画像を 4 枚撮影

$$\int_0^{2\pi} Isintdt = Asin\theta \int_0^{2\pi} sin^2 tdt = -Csin\theta \tag{4}$$

$$\theta(x, y) = tan^{-1} \frac{-\int_0^{2\pi} Isintdt}{\int_0^{2\pi} Icostdt} \tag{5}$$

実際に測定する際は，式 (5) を離散化して計算する．撮影枚数を N 枚とすると，投影パターンを $2\pi/N$ ずつ駆動させていき，駆動量 $t_n = \frac{2\pi}{N} n (n = 0, 1, ..., N-1)$ で画像 $I(x, y)$ を撮影する．したがって，復元位相値 θ は式 (6) のようになる．

$$\theta(x, y) = tan^{-1} \frac{-\sum_{n=0}^{N-1} \frac{2\pi}{N} I_n(x, y) sint_n}{\sum_{n=0}^{N-1} \frac{2\pi}{N} I_n cost_n} \tag{6}$$

この位相計算は測定値に対する正弦波の最小二乗当てはめを行っていることに相当し，物体の奥行きにより値が変化する．また，撮影枚数 N を増やすことにより，統計的誤差を小さくすることが期待できる．ただし，撮影枚数を増やせば，その分撮影に時間が掛かってしまうため，本論文では 4 枚の画像を撮影することにより，位相復元を行っている．次式 (7) は式 (6) の撮影枚数 N を 4 にした場合の式であり，以下のように簡略化できる．

$$\theta(x, y) = tan^{-1} \frac{I_3(x, y) - I_1(x, y)}{I_0(x, y) - I_2(x, y)} \tag{7}$$

画素 (x, y) で測定された輝度値とその正弦波の最小二乗当てはめから計算される位相の関係を図 3 に示し，図 4 に図 2 の 4 枚の撮影画像から復元位相を求めた結果を示す．図 4 の画像 (b) は復元位相値 $-\pi$ から π を 0 から 255 の輝度値に変換して表したものであり，それ以降の画像もすべて輝度値に変換して表わしたものである．

2.1.2　位相値の不定性問題

位相シフト法で求められる復元位相値は，式 (6) が逆正接関係にあることから明らかのように，投影パターン

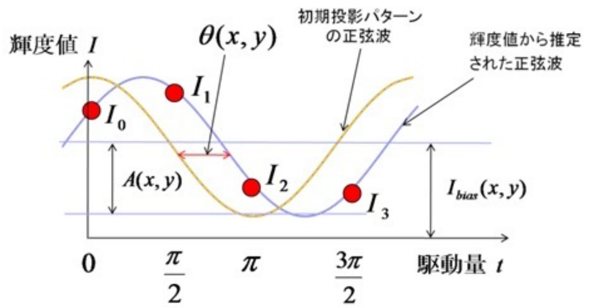


図 3　画素 (x, y) における位相計算の概念図

の 1 位相ごとの値，すなわち $-\pi$ から π までの 1 周期分の値となる．このため投影パターンの周期に相当する 2π の整数倍の不定性が存在する．これを，本論文では「位相値の不定性問題」と呼ぶ．現状では，1 周期ごとの形状復元を行うことはできるが，物体全体の形状をつないだ復元を行うためには，位相値の左端を基準にして $-\pi \sim \pi \sim 3\pi \sim 5\pi \cdots$ と表されるような，位相を接続する処理を行わなければならない．

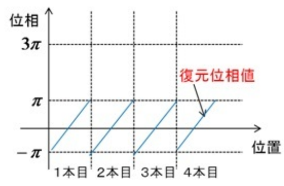
このような位相値の不定性問題は，計測物体が明るい色をしたなだらかな曲面であれば，単純に復元位相値がπから-πに変化する位置（位相境界）を求めればよいだけであるため，この問題を容易に解決することが可能であると考えられる．しかし，不連続な表面を持つ対象物や投影光が届かない影部などが存在する場合，位相境界が観測されなかったり，本来現われるべきでない場所に位相境界が発生したりする．そのため，単純な方法で位相接続を行うと位相境界の位置が誤検出され，正確に接続を行うことができない．

従来，このように複雑な表面をもつ物体を計測する際の位相値の不定性問題に対する解法として，複数の異なる周期の正弦波格子パターンを追加して投影する方法が提案されている．しかし，この方法では，追加した格子パターンの種類ごとに復元位相を求める必要があるため，格子パターンの種類×位相シフト回数分だけの画像を撮影しなければならない．そのため，撮影時間が伸びてしまい，静止物体の計測しか行えない問題がある．その問題の対策として，複数の異なる周波数を R,G,B の各レイヤーの輝度パターンとして対応させて，光学的に合成した拡張パターンによる計測手法が提案されている [1]．この手法を行うと，一度に最大三つの正弦波格子パターンを撮影することができるが，色の濃い物体ではうまくいかない場合があり，計測精度に支障をきたしてしまう．

そこで，撮影回数を増やさず，かつ精度の低下を招かずにこの問題を解決するための手法を第 3 章で提案する．

2. 2　Belief Propagation

Belief Propagation(BP) は，離散最適化問題を Markov Random Field（MRF）でモデル表現したものを近似的に解決する手法であり，隣接するサイトにメッセージを伝搬させることによりラベルの推論を行うアルゴリズムである．サイトとは，画素や特徴などの配置情報を意味し，ラベルはサイトに起こりうる事象を表す．MRF とは，格子構造上で相互作用する変数の集合に対する統計モデルであり，その理論は結晶や磁場といった物理現象の空間的依存性あるいは，文脈依存を解析するための統計理論の一つである．図 5 に 2 次元格子状グラフを MRF でモデル表現したものを示す．



(a) 復元位相値

(b) 位相復元画像

図 4　位相計算によって求めた位相値の概念図 (a) と画像 (b)

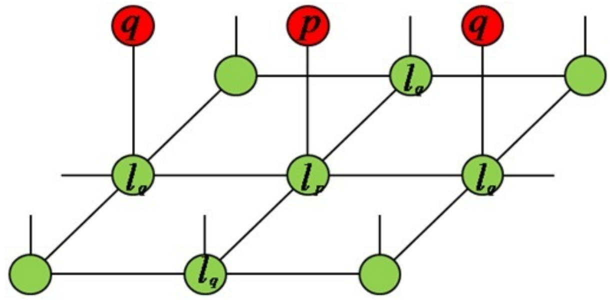


図 5　MRF モデル表現

これは，式 (8) で定義されたグラフのエネルギー最小化問題として扱うことができる．

$$E = \sum_{p} D_p(l_p) + \sum_{(p,q)\in S} V_{pq}(l_p, l_q) \qquad (8)$$

S は隣接関係にあるサイトの集合，$D_p(l_p)$ は，サイト p とそのラベル l_p にのみ依存する項（データ項）を表し，$V_{pq}(l_p, l_q)$ は，隣接関係にあるサイトのラベル同士が依存する項（平滑化項）を表す．離散最適化問題では，この二つの目的関数を問題に合わせて決定する必要がある．決定方法については第 3 章で述べる．

BP の更新ルールには， Max-product アルゴリズムによる事後確率最大化や，Min-Sum アルゴリズムによる事後エネルギー最小化の方法などがある．

2. 2. 1　Max-product Belief Propagation

サイト p から隣接するサイト q へ送るメッセージ（図 6 青色矢印）は，lp の各ラベルに対して，データ項と平滑化項，サイト q を除いたサイト p に隣接しているサイト i から送られるメッセージ（図 6 黄色矢印）の積によって更新される．これは，全サイトのラベルの割り当てに対する同時確率を求めることに相当し，このメッセージ更新ルールは式 (9) で定義される．

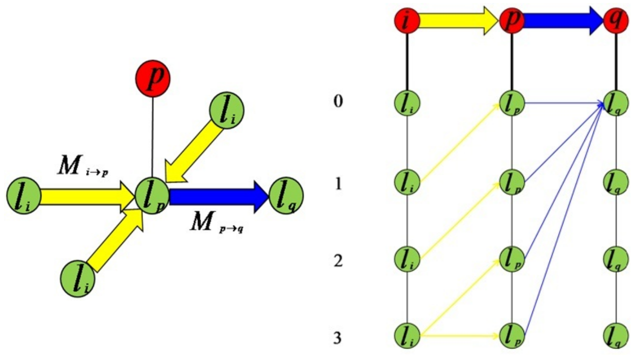


図 6　メッセージ更新ルールの概念図

$$M_{p\to q}(l_q) = \max_{l_p}\left(D_p(l_p)V_{pq}(l_p,l_q) \prod_{i\in S(p)\backslash q} M_{i\to p}(l_p)\right) \tag{9}$$

$i \in S(p)\backslash q$ は，q を除いた p と隣接するサイト i の集合を表す．図 6 にメッセージ更新ルールの概念図を示す．

元々，BP は閉路のないグラフのために考案されたもので，本論文で扱う問題のように 2 次元格子のような閉路を持つ場合では，メッセージを送る順序によっては局所的な部分のみでメッセージがループし，これによって後述する Belief の値が局所的に強化され，局所最適解に陥るという現象が起きる．このような BP を Loopy Belief Propagation（LBP）という．そこで，このような問題を回避する方法として BP-M や BP-S などが提案されている．

- BP-M

BP-M は，まず最も端にあるサイトから一方向にメッセージを送っていく．次に，メッセージが終端に達すれば逆方向にメッセージを送り返していく．これをすべての行と列に対して行うことにより，全サイトにメッセージを送る方法である．

- BP-S

BP-S は，メッセージを前方・後方へ送るという処理を，sequential（順次的な）方法で行う．前方へのメッセージでは，右と下に隣接するサイトにメッセージを送る．前方へのメッセージをすべて送り終えたら，後方へメッセージを送っていく．後方へのメッセージでは，左と上に隣接するサイトにメッセージを送る．これにより，メッセージを全サイトへと送る方法である．

サイト p に隣接するすべてのサイト q からのメッセージが決まれば，それを元に Belief（確信度）という周辺確率を求める計算を行う．Belief は，データ項とサイト p に送られるすべてのメッセージの積で表され，式 (10) で定義される．

$$B_p(l_p) = kD_p(l_p)\prod_{q\in S(p)} M_{q\to p}(l_p) \tag{10}$$

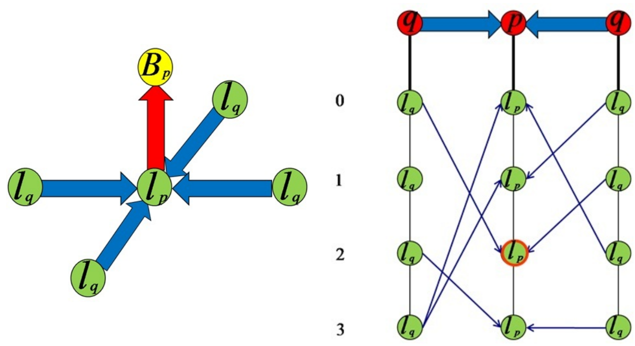


図 7　B elief 計算の概念図：Belief は，Max-Product ではメッセージの積で計算され，その値が最大のラベルが選択される．Min-Sum ではメッセージの和で計算され，その値が最小のラベルが選択される．

k は正規化定数を表し，$S(p)$ はサイト p と隣接するサイト q の集合を表す．Belief が最も大きくなるときのラベルを最適ラベル（図 7 の赤丸で囲んだラベル）とし，それを選択する． 図 7 に Belief の概念図を示す．

2. 2. 2　Min-Sum Belief Propagation

Min-Sum アルゴリズムとは，Max-Product アルゴリズムの式 (9)(10) の負の対数を取ることにより，最大積の形式から最小和の形式に変換したものである．以下にメッセージ更新ルールの式 (11) と Belief の式（12）を示す．

$$M'_{p\to q}(l_q) = \min_{l_p}\left(D_p(l_p) + V_{pq}(l_p,l_q) + \sum_{i\in S(p)\backslash q} M_{i\to p}(l_p)\right) \tag{11}$$

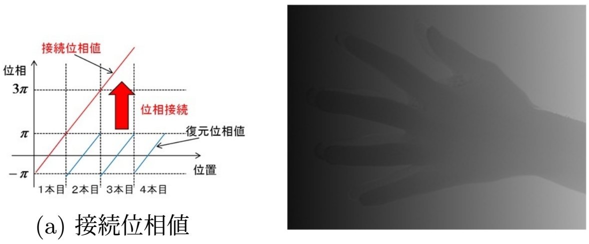
$$B'_p(l_p) = D_p(l_p) + \sum_{q\in S(p)} M_{q\to p}(l_p) \tag{12}$$

このように変換することにより，必要な計算を単純化でき，計算時間の短縮やメッセージのオーバーフロー問題を回避することができる．本論文では，この Min-Sum アルゴリズムを用いる．

3.　Belief Propagation による位相接続処理

2.1.2 章でも述べたとおり，復元位相値には投影パターンの周期に相当する 2π の整数倍の不定性が存在するため，位相接続を行うためには n 番目の復元位相値に対して $n \times 2\pi$ を加算する処理が必要である．そこで，位相値の不定性問題を離散最適化問題として定式化し，この n を推定するラベル l とする．

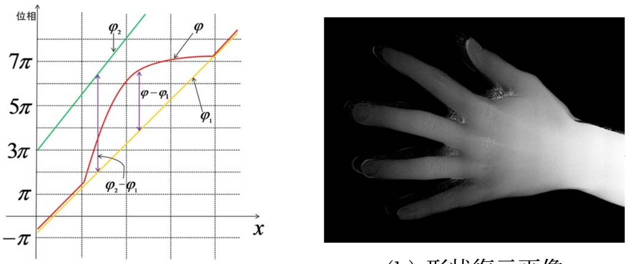
また，同一物体の奥行きは連続的に変化するという性質に着目した時，離散最適化において用いられるデータ項は，ほとんどの点で 0 であり，ほぼ平滑化項のみで計算が行われる．したがって，空間コード化法などと組み合わせ，画像上の数箇所でデータ項を与えることが出来れば，絶対的な奥行き計測に拡張することも可能である



(a) 接続位相値

(b) 位相接続画像

図 8　位相接続処理によって求めた接続位相値の概念図 (a) と画像 (b)



(a) 形状復元の概念図

(b) 形状復元画像

図 9　相対的形状復元の概念図 (a) と画像 (b)

と考えられるが，本段階では，データ項を用いずに平滑化項にのみ考慮した BP によるラベルの推定を行う方法を提案する．

目的関数のデータ項は，式 (13) に示すようにほとんどの点で 0 とするが，連続物体中の 1 点での絶対的奥行きを決めなければ解が得られないので，その点だけはラベルを固定する．

$$D_p(l_p) = 0 \tag{13}$$

平滑化項は，サイト p の復元位相値と隣接するサイト q の復元位相値との差異が小さければ，同じラベルを選択した時が最もエネルギーが小さくなるようにし，差異が大きければ，隣接するラベルを選択した時が最もエネルギーが小さくなるよう，以下のように式 (14) を定義する．

$$V_{pq}(l_p, l_q) = |(2l_q\pi + \theta_q) - (2l_p\pi + \theta_p)| \tag{14}$$

これは，隣り合う復元位相値がほとんど同じであれば，位相の周期が変化していない可能性が高いため，隣り合うラベルの値が同じものを選択する確率が高くなるようにしている．また，隣り合う復元位相値が大きく異なるときは，位相の周期が変化している可能性が高いため，隣り合うラベルの値がひとつ離れているラベルを選択する確率が高くなるようにしている．これらのデータ項 (13) と平滑化項 (14) を Min-Sum アルゴリズムの式 (11)(12) に代入すると次式 (15)(16) で表される．

$$M'_{p\to q}(l_q) = \min_{l_p}\Bigg(|(2l_q\pi + \theta_q) - (2l_p\pi + \theta_p)| + \sum_{i\in S(p)\backslash q} M_{i\to p}(l_p)\Bigg) \tag{15}$$

$$B'_p(l_p) = \sum_{q\in S(p)} M_{q\to p}(l_p) \tag{16}$$

これにより，すべてのサイトにおいてラベルの決定を行うことができ，復元位相値が何周期目に当たるかを推定することができると考えられる．そして，求めたラベル $l \times 2\pi$ を復元位相値に加算することにより，位相を接続した値（接続位相値）を求める．ある (x, y) 座標での接続位相値を $\phi(x, y)$ としたとき，次式（17）となる．

$$\phi(x, y) = l(x, y) \times 2\pi + \theta(x, y) \tag{17}$$

位相接続を行った結果を図 8 に示す．

4.　相対的形状復元法

求めた接続位相 ϕ から三次元形状を復元する方法として，あらかじめ基準となる接続位相 ϕ_1，ϕ_2 を二つ用意しておき，それらとの比を求めることにより形状復元を行う方法が提案されている．ただし，計測物体はこの二つの基準平面間の範囲内にあるものとする．

ある (x, y) 座標での三次元形状の復元値を $R(x, y)$ としたとき，式 (19) のようになる．

$$R(x,y){:}\Delta d{=}\phi(x,y){-}\phi_1(x,y){:}\phi_2(x,y){-}\phi_1(x,y) \tag{18}$$

$$R(x, y) = \frac{\phi(x, y) - \phi_1(x, y)}{\phi_2(x, y) - \phi_1(x, y)} \times \Delta d \tag{19}$$

Δd は二つの基準平面間の距離を表す．

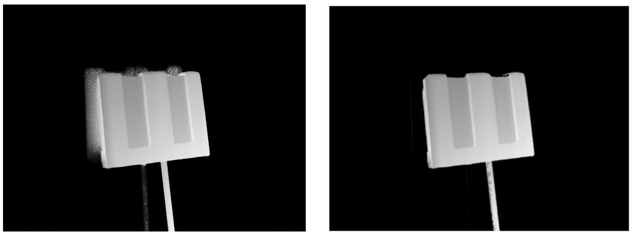
これにより，形状復元を行った結果を図 9 に示す．

5.　実　　験

本章では，実物体を対象にした形状計測実験の結果を示す．5.1 章では，投影光の届かない物体の陰影部分を考慮に入れた実験結果を示す．次に，5.2 章で周期の違いによる精度実験を行い，周期の細かい位相でも位相接続が行えることを確認する．5.3 章では，不連続な計測物体の場合について実験を行い，5.4 章では，同手法と同じアクティブ方式である空間コード化法を用いた Kinect による計測結果との比較を行った実験結果を示す．

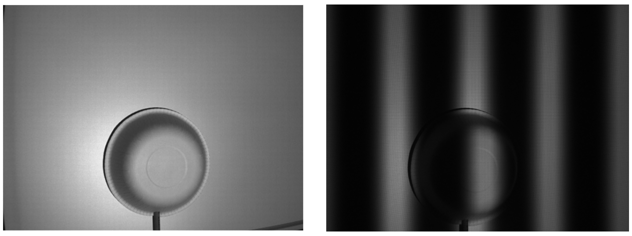
5.1　陰影部分を考慮に入れた実験結果

投影パターンの届かない陰影部分などでは，でたらめな位相を復元してしまい，復元結果に支障をきたしてしまう．そこで，位相復元の際に，輝度変化のほとんどない部分を信頼性の低い位相復元値とし，形状復元の対象外とするようにした．その際の実験結果を図 10 に示す．図 10(a) では，陰影部分が復元されてしまっているが，陰影処理を行うことにより，図 10(b) のように計測物体のみ復元することが出来た．

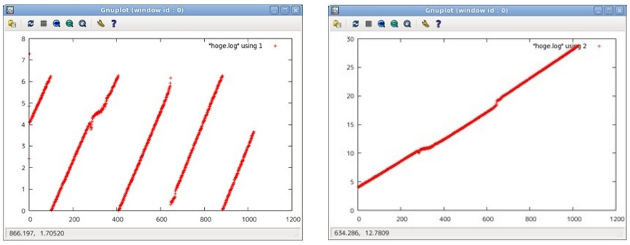


(a) 陰影処理前　　(b) 陰影処理後

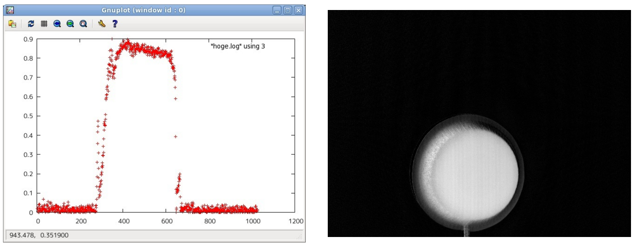
図 10　陰影部分を考慮に入れた実験結果画像



(a) 周期の粗い格子パターンの投影



(b) 復元位相値　　(c) 接続位相値



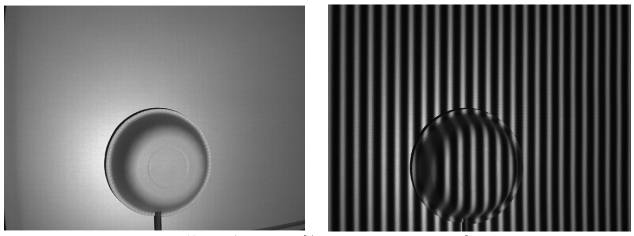
(d) 形状復元値　　(e) 形状復元画像

図 11　周期の粗い正弦波格子パターンを投影した際の計測結果

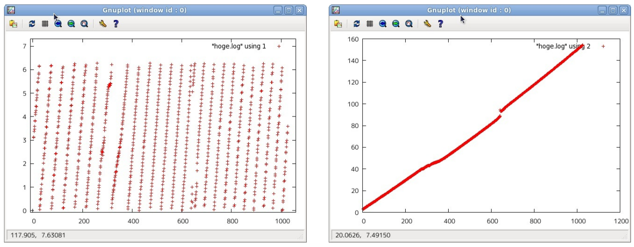
5.2　周期の違いによる精度比較実験

投影する正弦波格子パターンの周期を細かくする程，サブピクセル単位の分解能が向上し，より細かい形状を復元することができるが，投影パターンの周期数が増え，周期幅も狭くなるため位相接続が困難になると考えられる．しかしこのような場合でも，連続した変化を持つ計測物体であれば，本手法を用いることで正確に位相接続を行えることを実験により確認した．また，周期の粗い格子パターンを投影した場合と比較を行うことにより，精度の違いも確認することができた．

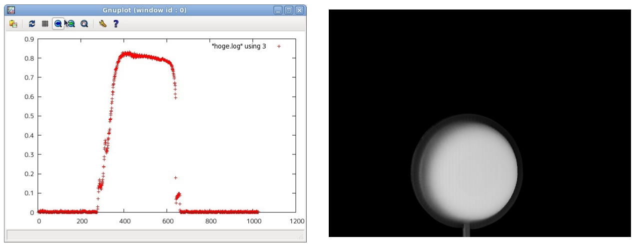
実験結果を図 11 と図 12 に示す．なお，以下の位相接続値（図 11，図 12 (c)）の段差部分が，物体の奥行きを表している．



(a) 周期の細かい格子パターンの投影



(b) 復元位相値　　(c) 接続位相値



(d) 形状復元値　　(e) 形状復元画像

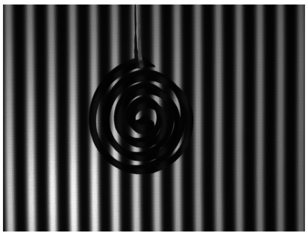
図 12　周期の細かい正弦波格子パターンを投影した際の計測結果

5.3　不連続な物体の復元結果

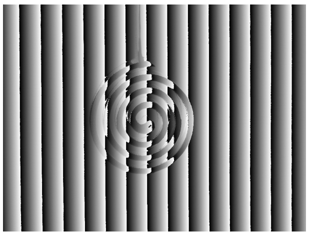
今回実験で用いた蚊取り線香のように，形状が連続的に変化していない物体は，位相が途中で途切れるため，位相接続を行うことは難しいと考えられる．しかし，本手法を用いることにより，図 13 のように正しく位相接続を行うことができた．ただし，基準平面を基準とした位相接続を行っているため，計測物体の一部を基準平面に近づける必要があった．そのため，実験では蚊取り線香を基準平面に対して斜めに配置して行った．

5.4　Kinect との比較実験

Kinect とは，Microsoft が XBOX360 用に開発した非接触型コントローラであり，本論文で行っている位相シフト法と同じアクティブ方式の空間コード化法により奥行き情報を取得している．原理は，赤外線の点パターンを照射し，それを赤外線カメラで撮影することにより，対象の形状変化をその点パターンの変化から取得するという方法である．これにより，奥行き情報を含んだ距離画像を作成する（図 １４の (b)）．しかし，このままだと，計測物体（服）以外にも奥行き情報が出てしまっているため比較しにくいので，計測物体がある範囲の奥行き情報のみを取り出して比較を行った．なお，比較のために，信念伝搬型位相シフト法も Kinect のカメラを用



(a) 格子パターンの投影



(b) 位相復元画像

(c) 位相接続画像

(d) 形状復元画像

図 13　不連続な物体の形状復元結果

(a) 撮影画像

(b) Kinect による距離画像

(c) Kinect による形状復元画像

(d) 信念伝搬型位相シフト法による形状復元画像

図 14　Kinect と信念伝搬型位相シフト法による比較実験結果

い，同じ場所から撮影を行った．

6. 結　　論

位相シフト法における問題点である位相値の不定性問題を解決する手法として，同一物体の奥行きは連続的に変化するという性質に着目し，位相値の不定性問題を離散最適化問題として定式化し，この解法としてよく用いられる BP 法を用いて解くことにより，位相接続を行う方法を提案した．

実物体を対象にした形状計測実験では，周期の細かい正弦波格子パターンを投影した場合や不連続な物体の場合でも，正確に位相接続を行うことができることを確認した．また，同手法と同じアクティブ方式である空間コード化法を用いた Kinect による計測結果との比較を行い，本手法による形状復元結果の方が極めて精度が高いことも確認した．

しかし本手法では，位相が何番目に当たるかを推定するラベルとしているため，周期の細かい格子パターンを投影する際に，ラベル数が増えてしまい計算に時間が掛かってしまう問題がある．また，平滑化項のみでの計算では，不連続な表面や投影光が届かない陰影部分などが多数存在する場合に，位相接続が正確に行えない問題がある．

したがって，今後は上記二つの問題を解決する方法として，二分探索によるラベル集合の分割によるラベル数削減を行うことにより，計算時間の短縮を行う．また，空間コード化法などと組み合わせ，画像上の数箇所でデータ項を与えることが出来れば，より正確に位相接続が行え，絶対的な奥行き計測に拡張することも可能であると考えられるため，これらの実装を行っていく．

文　　献

[1] 傳田 壮志, 大橋　健, 江島　俊朗, “ 位相シフト法を用いた高速な 3 次元計測手法の提案， ”電子情報通信学会技術研究報告. PRMU, パターン認識・メディア理解, vol.99, no.51, pp.43—50, 1999.

[2] 三高 良介, 濱田　長生, “ 位相シフト法による高速高精度 3 次元計測技術 ”, 松下電工技報特集：「生産技術」, no.78, pp.10—15, Aug.2002.

[3] 野坂　健一郎, 荒木　秀和,　中原　智治, “ 位相シフト法インライン 3 次元外観検査システム ”, 松下電工技報特集 :「生産技術」, vol.57, no.3, pp. 29—34, Sept.2009.

[4] 戸塚　聡, 古川　亮,　川崎　洋, “ プロジェクタ・カメラシステムのレスポンス関数を用いた位相シフト法によるアクティブ・ステレオの精度向上 ”, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU2009), pp.1594 - 1599, Jul.2009.

[5] R. Szeliski, R. Zabih, D. Scharstein, O. Veksler, V. Kolmogorov, A. Agarwala, M. Tappen, C. Rother, “ A Comparative Study of Energy Minimization Methods for Markov Random Fields with Smoothness-Based Priors ”, IEEE, vol.30 no.6, June.2008.

[6] Jonathan S. Yedidia, William T. Freeman, Yair Weiss, “ Understanding Belief Propagation and its Generalizations ”, ISBN, chap.8, pp.239-236, Jan.2003.