

## 正倉院尺八吹奏時の歌口端補正長さの推定

吉川 茂<sup>†</sup>

東大寺の正倉院に保存されている唐より伝来した尺八（正倉院尺八）の音響的特性を歌口端および指孔開孔端での補正長さに着目して検討した。ベースとした定量的データは昭和期の調査における各運指における発音周波数の測定記録である。正倉院北倉の竹製尺八の寸法図面を基に、数値計算用モデルを設定し、歌口における入力アドミッタンスのピーク値より発音周波数を計算できるようにした。この計算周波数と吹鳴調査における発音周波数が一致するとして歌口端補正長さを推定した。また、この発音周波数が与える波長から、指孔開孔列がもたらす補正長さも求めた。これらの結果より、2つの補正長さの周波数（運指）依存性、オクターブ・バランス、クロス・フィンガリングと音律異常、尺八とペーム・フルートなどについて考察した。

### Estimation of the embouchure-hole length correction when playing a shousouin shakuhachi

Shigeru Yoshikawa<sup>†</sup>

One of the Shousouin Shakuhachis, that were transmitted from the T'ang dynasty and have been preserved in the Shousouin of the Toudaiji, is acoustically investigated focusing on the length corrections at the embouchure hole and the open-hole lattice. Quantitative data as the research basis are the records on the sounding frequencies that were measured at the investigation in the Shouwa period. Based on a geometry figure of the bamboo-made shakuhachi in the north warehouse, a physical model is constructed to calculate the sounding frequency from the maximum magnitude of the input admittance at the embouchure hole. The length correction at the embouchure hole is estimated by assuming that this calculated frequency corresponds to the blown frequency measured at the Shouwa investigation. Also, another length correction at the open-hole lattice is derived from the wavelength of the blown sound. These numerical results conducted some discussions on the frequency (fingering) dependence of the length corrections, the octave balance, the cross fingerings and the associated intonation anomaly, the Japanese shakuhachi and the western flute.

## 1. はじめに

現代の尺八のルーツは東大寺の正倉院に保存されている尺八であるといわれる。この正倉院尺八は奈良時代（7世紀末から8世紀にかけて）に唐より伝来したものであり、6孔3節である。しかし、現代の尺八は5孔7節であり、真竹の根元から上部を使って製作されている。現代尺八の祖形は鎌倉時代から江戸時代にかけて成立したと考えられており、6ないし8世紀の空白期間がある。この日本化は唐楽七声から和楽五声への適応ではあるが、6孔から5孔への具体的な歴史的変遷の過程は不明である。

中国では古来の尺八は伝承されていないようであるが、日本では唐代の尺八が保存されており、唐代の雅楽を研究する上でも、日本の現代尺八（虚無僧尺八、普化尺八）を研究する上でも正倉院尺八の存在は貴重である。しかし、それがどのように演奏されたかは宝物故に不明であり、明治期からの調査においても音のサンプルは残されていない。ただし、昭和期の調査において吹奏時のそれぞれの運指における発音周波数が測定され、記録されている[1]。また、管長、管径、指孔の大きさ、間隔など基本的な寸法が計測され、図面化されている[1]。

したがって、数値計算用の音響モデルを構成することは可能であり、それに基づいて昭和期の実奏計測において吹奏者がどのように吹奏したかを推測できる。すなわち、歌口端での音響的補正長さ(end correction)を推定できる。このような歌口端での補正長さの推定は、息の吹き込み角度などによって半音程度あるいはそれ以上も音を高低できる尺八の吹奏においては極めて重要である。さらには、発音周波数との比較によって開孔運指における指孔での補正長さも推定できる。このような計算およびその結果に関する考察を行なうことが本報告の目的である。また、フルートや尺八に関するこれまでの研究[2, 3, 4]と比較することによって、正倉院尺八の特徴を明らかにしたい。

## 2. 正倉院尺八の構造

本報告では、八管の正倉院尺八のうち、北倉竹製の尺八についての検討結果を述べる。この北倉竹製尺八の構造・寸法を図1に示す[1]。また、昭和期の調査における運指を図2に示す[1]。管の全長は382.5 mmであり、歌口端および管尻での内径はそれぞれ16×16 mmおよび14.5×13.3mmである。古代尺八の運指法については何ら記録がないとのことで、中国近代や朝鮮の洞簫、我が国の龍笛類、宋代の太常雅楽の雅笛や中管などの運指法を参考にして推定された[1]。図2の運指表の8による音は筒音1の1オクターブ上の音を与えるとのことである。

<sup>†</sup> 九州大学大学院芸術工学研究院  
Faculty of Design, Graduate School of Design, Kyushu University

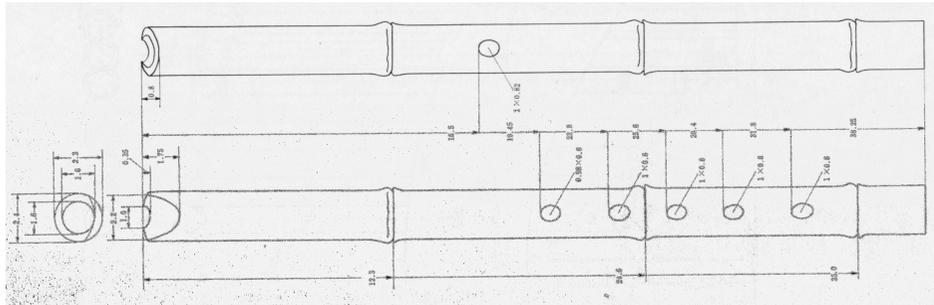


図1 正倉院北倉竹製尺八の寸法[1].

1	2	3	4	5	6	7	8		
●	●	●	●	●	●	○	○		VI
●	●	●	●	●	○	●	●		V
●	●	●	●	○	○	●	●		IV
●	●	●	○	○	○	○	●		III
●	○	○	○	○	○	●	●		II
●	○	○	○	○	○	●	●		I

図2 正倉院尺八の運指図[1].

### 3. 数値計算用モデルの設定

#### 3.1 分岐理論に基づく入力アドミッタンスの計算モデル

現代尺八のクロスフィンガリングがもたらす音律異常に関する研究[4]において分岐理論（伝送線理論）に基づく入力アドミッタンスの計算方法を明らかにした。この計算方法を図1に示した6孔の正倉院尺八に適用するための構造モデル（断面図）を図3に示す。ここでは、すべての指孔を閉じた図2の運指“1”を示している。

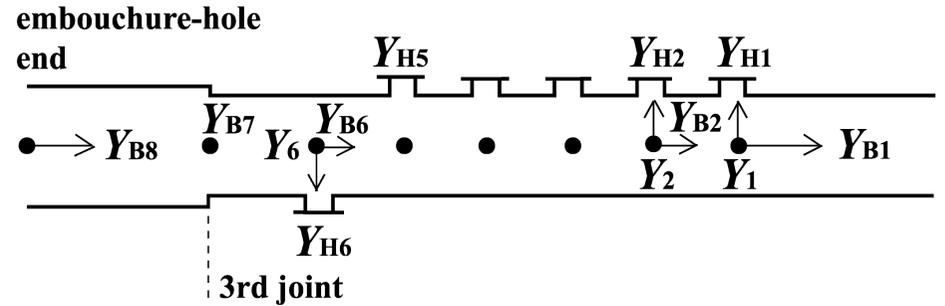


図3 正倉院尺八の入力アドミッタンス計算用モデル（指孔全閉時の断面図）

図3において、管尻から第3節までのボア（管体内部）半径は  $a_1 = 7.2$  mm であり、第3節から歌口端までのボア半径は  $a_2 = 8.0$  mm である。これは図1では歌口端でのボア形状が描かれているが、管尻でのそれは描かれていないこと、また歌口端から第3節までの管がそれ以下の管よりも若干太く見えることによる。指孔は楕円形であって、ほとんどすべて同じ大きさであるが、第5孔のみ若干小さい。計算用モデルでは楕円形の指孔を円形の指孔で近似し、第5孔の半径を  $r_5 = 4.4$  mm、それ以外の指孔の半径を  $r = 4.5$  mm とした。

図1より、管尻から第1孔中央までの長さ  $L_1 = 60.0$  mm、第1孔から第2孔までの長さ  $s_{12} = 34$  mm、第2孔から第3孔までの長さ  $s_{23} = 28$  mm、第3孔から第4孔までの長さ  $s_{34} = 28$  mm、第4孔から第5孔までの長さ  $s_{45} = 33.6$  mm、第5孔から第6孔までの長さ  $s_{56} = 29.4$  mm である。図3では第3節には番号7を付けてあり、第6孔から第3節までの長さは  $s_{67} = 46.5$  mm である。また、歌口には番号8を付け、第3節から歌口までの長さ  $s_{78} = 123$  mm である。管壁の厚さは  $d = 4.35$  mm とした。

図3は図2の第1運指（指孔全閉）を示しており、この状態での入力アドミッタンス  $Y_{in} = Y_{B8}$  は以下のようにして  $Y_{B1}$  から順次計算できる[5]:

$$Y_1 = Y_{B1} + Y_{H1}, Y_{B1} = -iY_{B0}\cot(kl_1), Y_{H1} = iY_{H0}\tan(kd), l_1 = L_1 + 0.6 a_1 \quad (1)$$

$$Y_{B0} = \pi a_1^2 / rc, Y_{H0} = \pi r^2 / rc \quad (2)$$

$$Y_2 = Y_{B2} + Y_{H2}, Y_{B2} = Y_{B0}[Y_1 + iY_{B0}\tan(ks_{12})] / [Y_{B0} + iY_1\tan(ks_{12})], Y_{H2} = Y_{H1} \quad (3)$$

$$\dots\dots\dots \dots\dots\dots \quad (4)$$

$$Y_6 = Y_{B6} + Y_{H6}, Y_{B6} = Y_{B0}[Y_5 + iY_{B0}\tan(ks_{56})] / [Y_{B0} + iY_5\tan(ks_{56})], Y_{H6} = Y_{H1} \quad (5)$$

$$Y_{B7} = Y_{B0}[Y_6 + iY_{B0}\tan(ks_{67})] / [Y_{B0} + iY_6\tan(ks_{67})], \quad (6)$$

$$Y_{B8} = Y_{B0}'[Y_{B7} + iY_{B0}'\tan(ks_{78})] / [Y_{B0}' + iY_{B7}\tan(ks_{78})], Y_{B0}' = \pi a_2^2 / rc \quad (7)$$

第2 運指以下で開孔がある場合はそこの  $Y_{Hn}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, 6$ ) を

$$Y_{H1} = -iY_{H0}\cot(kd'), d' = d + 1.5r \quad (6)$$

などとすればよい。なお、開孔の端補正は管外と管内の両端に関して行なっている。

### 3.2 歌口端における音響的補正長さに関する仮定

歌口の開端は演奏者との結合により極めて複雑な仕方で開端補正を構成する。この音響的な補正長さを理論的に推定するためには、演奏者の唇による歌口の覆われ具合、唇から噴出する空気ジェットの音響インピーダンス、演奏者の顔の音響放射に対するバップル効果などを明確にする必要がある。こういった作業は不可能ではないが、現時点では容易ではない。そのため、ここではこれらの複合的な作用の結果としての歌口端補正長さを単に  $DL_{EM}$  と仮定し、式(5)における  $s_{78}$  を  $s_{78} + DL_{EM}$  で置き換える。

このような置換えを行なった後の入力アドミッタンス  $Y_{in} = Y_{B8}$  の絶対値を計算し、最大値を与える周波数（モード次数）を求めることができる。なお、数値計算における管内音速はこれまでの研究[5, 6]などとの関連から、 $c = 347$  m/s (温度 27 ) に設定した。一方、昭和期に行なわれた正倉院尺八の吹奏に関する数値データから各運指における発音周波数が分かる（吹奏時の気温や管内音速は不明）、 $|Y_{in}|$  の最大値を与える周波数と吹奏時の実測周波数とは等しいと見なせるので、この関係より  $DL_{EM}$  を推定できる。また、1つの開孔における開端補正は  $1.5r$  として見積もっているが、複数個の開孔列がもたらす補正長さは1つの開孔の場合とは異なる。この開孔列がもたらす補正長さ  $DL_{TH}$  は、吹奏時の発音周波数  $f_s$  が与える波長  $l$  に基づいて、

$$n(l/2) = n(c/2f_s) = L + DL_{EM} + DL_{TH} \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (7)$$

の関係から求まる。なお、 $L$  は各運指における最も上の開孔の中心から歌口端までの物理的長さであり、運指1（指孔全閉）では管尻から歌口端までの物理的長さ（382.5 mm）である。また、 $n$  は発音のモード次数を示す。

## 4. 計算結果および考察

前節での理論設定および仮定に基づいて行なった計算結果を表1に示す。運指の番号は図2による。計算では、 $|Y_{in}|$  の最大値を与える周波数（計算周波数）が文献[1]に与えられた吹奏周波数に極力合致するように  $DL_{EM}$  の値を変え、十分な合致が得られたときの値を  $DL_{EM}$  とした。また、表1には各運指における第2次モードでの計算周波数を示したが、この計算では第1次モードでの吹奏周波数から得られた  $DL_{EM}$  をそのまま流用した。なお、運指1に関しては第2次モードでの吹奏周波数が計測されている。

表1 正倉院尺八の開端における補正長さの推定値

運指	吹奏周波数 (Hz)	計算周波数 (Hz)	$DL_{EM}$ (mm)	$DL_{TH}$ (mm)
1	397	397.0	52.5	2.0
		766.9	52.5	17.5
		792.1	38.3	17.3
		450.0	43.6	19.5
		871.3	43.6	32.2
		498.0	39.8	20.1
2	450	498.0	39.8	20.1
		974.0	39.8	28.0
3	498	498.0	39.8	20.1
		1064.4	42.5	23.0
4	535	535.0	42.5	21.2
		1203.4	35.5	22.6
5	597	597.1	35.5	22.6
		1203.4	35.5	20.3
6	667	667.0	43.9	17.3
		1382.7	43.9	8.2
7	733	733.0	32.4	34.8
		1383.2	32.4	49.0
8	791	791.0	39.3	10.5
		1615.4	39.3	6.0
9 (全開)	742	741.9	38.1	26.2
		1516.1	38.1	21.3

### 4.1 歌口端および開孔における補正長さの周波数（運指）依存性

表1より、吹奏周波数と計算周波数との合致は 0.1 Hz の精度で容易に行なえることが分かる。運指1における  $DL_{EM}$  (= 52.5 mm) は一見、非常に大きいように思われるが、この結果はフルートに関する実験的研究の結果と合致している。Benade [2, 3]によれば、フルートの最低音に関する  $DL_{EM}$  は総じて約 50 mm である。 $DL_{EM}$  は最低音を与える運指1において最大値を示し、指孔を開けるにつれて概ね減少していく。

また、運指1における  $DL_{TH}$ （指孔ではなく、管尻開口の補正長さ）は第1次モードでは 2.0 mm、第2次モードでは 17.3 mm と大きく異なっている。一般に、管内共鳴の音圧定在波の腹での管半径の増大は周波数の低下をもたらす。このようなボア（管体形状）における摂動（局所的な微小形状変化）がもたらす効果は Rayleigh によって定式化された[7]。6つの閉じられた指孔は第1次モード共鳴でも第2次モード共鳴でもほぼ音圧定在波の腹の近傍に位置しているので、周波数の低下（管尻端補正の増加）をもたらすように予想されるが、第1次モードではそのようになっていない（数値計算では、管尻での開端補正は  $0.6 a_1 = 4.3$  mm として与えてあるが、それが第1次モー

ドでは 2.0 mm になっている)。この原因の詳細は不明であるが、指孔の長さを 1 mm 短くして計算すると、1.3 Hz の周波数上昇を見た。したがって、6 つの開孔は摂動として作用していることは確かと考えられる。ともかく、運指 1 では歌口における補正  $DL_{EM}$  の影響が強大である（閉孔キャビティがもたらす周波数低下効果は  $DL_{EM}$  の方に取り込まれていると見なすべきなのだろう）。なお、閉孔キャビティによる周波数低下効果はフルートの第 1 次モードにおいても観測され、議論されている [8]。

開孔列が与える  $DL_{TH}$  は大まかに見れば、20 mm 程度であるが、第 1 次モードと第 2 次モードでは傾向を異にする。より詳細な考察は第 4.3 節に譲る。

#### 4.2 オクターブ・バランスについて

尺八のような管楽器では同じ運指でのオクターブ・バランス（乙音と甲音の音律）が重要である。正倉院尺八と同様に円筒形ポアを用いたルネッサンス・フルートの大きな欠点は“octave shrink”（1 オクターブ上の音のピッチが下がる）だったと言われている。このオクターブ間での音律の悪さを回避するために、クロス・フィンガリングが用いられた。表 1 の運指 1 でも、1 オクターブ上の音は 397 Hz の 2 倍よりも 2 Hz 低く、 $DL_{EM}$  が 38.3 mm に減少するように若干カリ気味に吹いているように想像される（「カリ」とは歌口をより大きく開けるように吹くこと）。運指 1 でのオクターブ音は吹奏圧を高くする overblowing ではなく、レジスター・ホール（オクターブ・キー）として働く第 6 孔だけを開けた運指 8 によって容易に演奏できたであろう。運指 1 以外ではオクターブ音に関する実測データがないので、オクターブ・バランスの実態は定量的には不明である。

そこで、数値計算においてはオクターブ音における  $DL_{EM}$  を第 1 次モード共鳴（乙音）と同じと仮定して共鳴周波数を求めた。これは機械吹鳴装置で overblow した場合に相当する。第 1 次および第 2 次モードでの共鳴周波数（計算周波数）をそれぞれ  $f_1$  および  $f_2$  として、各運指での  $f_2/f_1$  の値を図 4 に示す。面白いことに、運指 6 まで順次指孔を開けるごとにオクターブ間隔は徐々に広がっていき、第 4 孔および第 5 孔まで開けた運指 5 および 6 では予期に反して“octave enlargement” ( $f_2/f_1 > 2$ ) を示す。なお、運指 7 は第 3 孔と第 6 孔を開けたクロス・フィンガリングであり、同列に扱うことはできず、“octave shrink” が顕著である。しかし、第 6 孔だけを開けたクロス・フィンガリングである運指 8 では指孔全開の運指 9 同様に“octave enlargement”を示し、 $f_2/f_1 \approx 2.04$  である。別の見方をすれば、左手の指孔を開孔にすることがオクターブ間隔を拡大する傾向をもたらしている。

いずれにせよ、実際の演奏では第 2 次モード共鳴の甲音での  $DL_{EM}$  を変えることができ、図 4 に示された  $f_2/f_1$  の値から判断すれば、その変化幅は無理のない範囲に収まっていると見なせよう。すなわち、正倉院尺八は楽器としての適当なオクターブ・バランスを有していると考えられる。

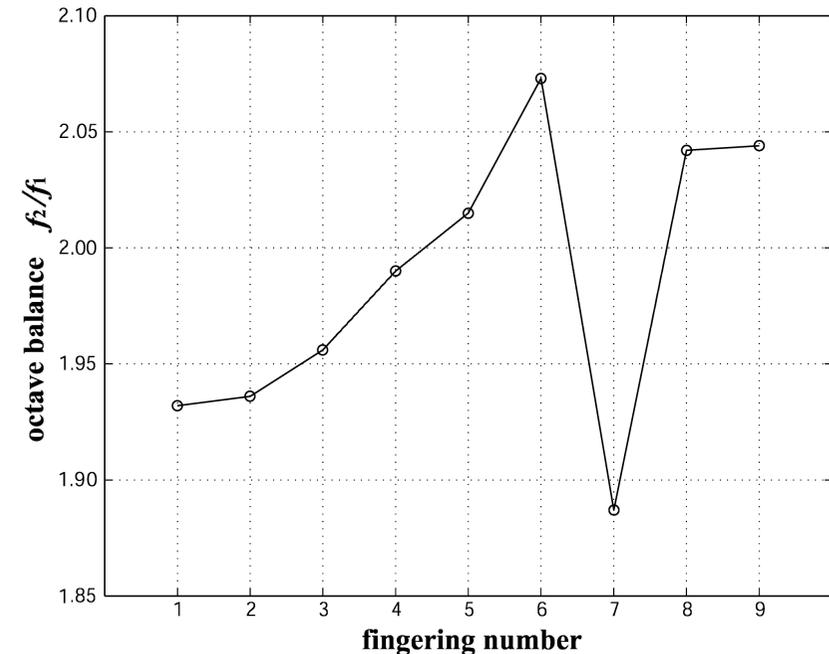


図 4 正倉院尺八の各運指におけるオクターブ・バランス

#### 4.3 開孔列がもたらす補正長さについて

指孔を順次開けていくときの発音周波数は最も上（歌口寄り）の開孔と歌口端までの長さによってほぼ決まるが、厳密には下側の開孔の影響も受けている。この影響を見るため、表 1 に示した  $DL_{TH}$  を運指番号（開孔の数）に関してプロットすると図 5 のようになる。ただし、クロス・フィンガリングである運指 7, 8 での  $DL_{TH}$  は削除した。第 1 次モード（乙音）での  $DL_{TH}$  は開孔が 1 つの運指 2 から開孔が 4 つの運指 5 まで単調に増加しており、最上位置の開孔の下側にある開孔が音響的補正長さ  $DL_{TH}$  を増大させていることが分かる。式 (6) に示した最上位置の開孔のみが与える開端補正は  $1.5r = 6.75$  mm であり、開孔列が与える  $DL_{TH}$  はこの値の 3 倍程度になっている。しかし、第 5 孔を開けた運指 6 では  $DL_{TH}$  が大幅に減少しており、第 5 孔の特異性が現われている。なお、運指 6 での  $DL_{EM}$  は 43.9 mm であり、高音域の音にしては予想以上に大きな補正長さを示しているため、カリとは反対のメリ気味の吹奏が行なわれたものと推測される。この運指 6 を除けば、 $DL_{TH}$  は指孔の数にほぼ比例すると言える。

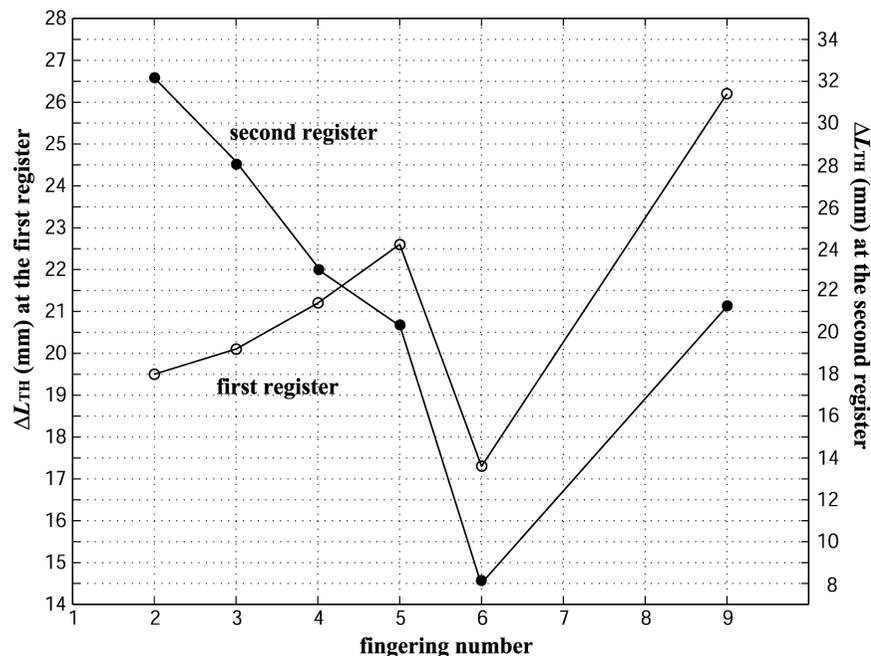


図5 運指（開孔の数）の関数としての開孔列がもたらす補正長さ $\Delta L_{TH}$

第2次モード（甲音）での $\Delta L_{TH}$ は逆に運指の上昇とともに減少しており、この奇妙な結果は $\Delta L_{EM}$ を第1次モード共鳴（乙音）と同じとした仮定の不適切性を反映しているように考えられる。なお、第2次モードでも運指6（第5開孔）の特異性が現われているようで、興味深い。

#### 4.4 クロス・フィンガリングと音律異常

運指7, 8はクロス・フィンガリングであり、発音周波数や音響的補正長さに関して特異な結果をもたらしている。運指7は特徴的な運指であり、運指8よりも $3/4$ 音程度低いピッチを与える。その原因は表1に示したように、 $\Delta L_{TH}$ の大きさである。特に、この運指7での第2次モードの発音周波数は運指6での周波数とほぼ同じくらいに低い。運指8は運指7での第3孔を閉じた運指であるが、発音周波数は $3/4$ 音くらい高くなっており、第2次モードの発音周波数は非常に高くなる。これは裏孔の第6孔がレジスター・ホール（バント・ホール）になっているからであるが、指孔全開の運指9よりも吹奏周波数が高いことは運指8が音律異常をもたらすことを示している[5]。

#### 4.5 ベーム・フルートと正倉院尺八

1847年にT. Boehmが特許を取って世に問うた円筒管フルートは「科学的原理」に基づいて設計されたと言われ、ベーム自身そのように公言している。ただし、彼の言う「科学的原理」とは厳密な音響理論に基づく管体形状や指孔位置などの決定を意味する訳ではなく、systematicな実験的方法による決定といった程度のものである。彼がその著書[9]において示した指孔位置決定の“schema” (Fig. 12) は単純な比例配分に基づくものであるが、重要な点は最低音 $C_4$ における歌口端補正を $\Delta L_{EM} = 51.5$  mmとし、他のすべての音（運指）に対しても $\Delta L_{EM} = 51.5$  mmが成り立つと仮定し、その仮定の正当性を実証するかのように設計したことである。すなわち、歌口中央と頭部管コルクまでの距離を約17 mmとし、頭部管をパラボリックな曲線でコルクに向けて絞った (Fig. 8) ことである。この設計の「科学的妥当性」はBenade [2] によって1965年に初めて証明された。実に、ベーム・フルートは「科学的設計」の賜物と言えよう。

一方、正倉院尺八および現代尺八では表1に示したように $\Delta L_{EM}$ の周波数（運指）依存性が強い。また、実際の演奏では大幅なメリ・カリおよび指孔の半開やカザシなどによって音律を調整しており、その演奏技法が独特な音色や味をもたらしている。ベーム・フルートとの対比で言えば、自然の竹という素材を生かし、節などの突起をも音律・音色調整に利用するに尺八（地無し尺八）は「反科学的設計」の賜物である。もちろん、科学的原理に基づいて音は出ているのであるが。

謝辞 本研究は科学研究補助金（課題番号 22652018）の援助を受けて行なわれた。

#### 参考文献

- 1) 宮内庁正倉院事務所編集, 正倉院の楽器 (日本経済新聞社, 1967) pp. 57, 58, 86, 108, 109.
- 2) A.H. Benade and J.W. French, Analysis of the flute head joint, J. Acoust. Soc. Am. **37**, 679-691 (1965).
- 3) A.H. Benade, *Fundamentals of Musical Acoustics*, Oxford Univ. Press (1976), pp. 493-499.
- 4) 安藤由典, 尺八において所要の音律を得るための構造設計法の開発, 昭和57年度科学研究費補助金試験研究(2)研究成果報告書 (1983).
- 5) 吉川茂, 尺八の指孔システムにおける音律異常について, 音楽音響研究会資料 **27**, MA2008-87, 31-36 (2008).
- 6) 吉川茂, 尺八における音律異常に関するモデル実験, 音楽音響研究会資料 **28**, MA2009-41, 13-18 (2009).
- 7) L. Rayleigh, *Theory of Sound*, reprinted by Dover (1954).
- 8) J.W. Coltman, Acoustical analysis of the Boehm flute, J. Acoust. Soc. Am. **65**, 499-506 (1979).
- 9) T. Boehm, *The Flute and Flute Playing in Acoustical, Technical, and Artistic Aspects*, Dover (1964).