

連載



## 情報の授業をしよう!

本コーナー「情報の授業をしよう!」は、小学校や中学校で情報活用能力を育む内容を授業で教えている先生、高校で情報科を教えている先生や、大学初年次で情報科目を教えている先生が、「自分はこの内容はこういう風に教えている」というノウハウを紹介するものです。情報のさまざまな

内容について、他人にどうやって分かってもらうか、という工夫やアイディアは、読者の皆様にもきっと役立つことと思います。そして「自分も教え方の工夫を紹介したい」と思われた場合は、こちらにご連絡ください。

(E-mail : editj@ipsj.or.jp)

# モデル化とシミュレーションの授業をしよう!



春日井優 | 埼玉県立川越南高等学校

## 高等学校情報科における位置付け

「モデル化とシミュレーション」は、2003～2012年度入学生は「情報B」、2013年度以降の入学生は「情報の科学」での学習内容となっています。しかし、「情報B」、「情報の科学」のいずれもあまり開講されていません<sup>1) 2)</sup>。それと関連しますが、教員の指導に対する自信がないと回答している割合が43.7%と、ほかの内容に比べて格段に高くなっていることが、少し古い資料になりますが示されています<sup>1)</sup>。

2018年に学習指導要領が改訂され、2022年度から「情報I」が必修教科目になります。「モデル化とシミュレーション」は「情報I」の「コンピュータとプログラミング」の項の中で学習することになっています。そのため、情報科の先生は必ず指導する内容へと変わります。このような状況の変化があることから、今回のテーマとしました。

私の勤務校では、単に生徒にシミュレーションを教えるだけでなく、生徒自身に「モデル化とシミュレーション」を適用できる問題を発見させたり、解

決に用いたりする時間をとって指導しています。その授業で生徒が考えた問題を紹介します。

## 対象とするモデル

モデルの分類法はさまざまな観点により、必ずしも1つの分類ではありませんが、ここでは「確定的モデル」と「確率的モデル」と分類して説明します。

毎回ほとんど同じ結果が得られるものを対象に作成するモデルを「確定的モデル」と呼ぶことにします。また、偶然の影響を受け、シミュレーションを行うごとに結果が変わるモデルを「確率的モデル」と呼ぶことにします。

モデル化を行い、比較的容易にシミュレーションできるよう、本稿ではすべてのモデルを数式に落とし込む「数式モデル」として表現していきます。また、本稿の最初の段階では比較的容易に使うことができる表計算ソフトウェアを用い、本稿の終わりにプログラミング言語との関連について述べていきます。

## 確定的モデル

### 変化量が一定の場合

1つ目の例として、空の水槽に毎分3Lずつ水を溜めていくときの水量をシミュレーションします。このとき、水量は時間に比例するので

$$\text{水槽の水量} = 3 \times \text{開始からの経過時間}$$

という数式が立式できます。このように関係する要素間の関係を数式で表現したものを、「数式モデル」と呼ぶことにします。

今回の例は単純ですが、必ずしも経過時間により容易に立式できるものばかりではありません。そこで少し見方を変えてみます。直前に求めた水量からの変化を用いてモデルを作成します。

$$\text{変化後の水量} =$$

$$\text{変化前の水量} + 3 \times \text{変化前からの経過時間}$$

という数式モデルができます。一般化すると次のような式になります。

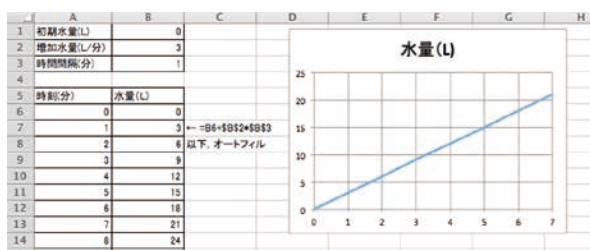
$$\text{変化後の量} =$$

$$\text{変化前の量} + \text{時間あたりの変化量} \times \text{経過時間}$$

数式モデルは、対象の捉え方によって必ずしも一意に定まるものではありません。後者のモデルを用いて表計算ソフトウェアによりシミュレーションしたものを図-1に掲載します。

### 残量に対する比率に応じて変化する場合

2つ目の例として、預貯金残高の変化の数式モデルを作成します。多くの預貯金では、利息に対しても金利がつく複利法により計算されています。数学科での数列においても、しばしば出題される題材です。数列での問題では、毎月同じ金額を積み立てていく場合が出題されますが、現実にはボーナスが出



■ 図-1 水量のシミュレーション

るときには普段より多く積み立てる人もいないのではないでしょうか。このような場合にも対応できるようなモデルを作成していきます。

未来の利率は分からないので、仮定としてr%の利率が続くものとします。ある銀行の金利計算を確認したところ、日割り計算しているとのこと。若干の誤差はありますが、計算を簡略化するために、月ごとに (r/100) % の利息がつくものとしてシミュレーションをします。そうすると、

$$\text{当該月の繰越額} =$$

$$\text{前月の残高} + \text{金利} \times \text{時間間隔} \times \text{前月の残高}$$

により求められます。一般化すると次の式になります。

$$\text{変化後の量} = \text{変化前の量} + \text{微分係数} \times \text{経過時間}$$

表計算ソフトウェアでシミュレーションした様子を図-2に示します。今ではありえない金利ですが、金利を20% (図中では月利に変換) として、計算しています。

一定額を積み立て続けた場合の預貯金の残高を、経過時間との関係によりモデル化しようとした場合には、指数関数で表現することになります。ある時間に注目してその前後の変化としてモデル化する場合には、四則演算の範囲で足りてしまいます。誤差が生じることに注意は必要ですが、モデル化する場合には、変化前と変化後に着目すると複雑な減少についても比較的容易にモデル化することができ、傾向を掴むには十分です。

## 確率的モデル

ここまでは、確定的に変化する事象を扱ってきましたが、身の回りの事象は必ずしも確定的ではありません。むしろ偶然に左右される事象の方が多いのではないのでしょうか。

ここからは乱数を用いて偶然性を伴う事象をシミュレーションしていきます。ここでは数学でも題



■ 図-2 積立残高のシミュレーション

材になっているランダムウォークを取り上げます。

問題 はじめは座標平面上の原点にいます。表と裏が等確率に出るコインを投げて、表が出たら x 軸方向に +1, 裏が出たら y 軸方向に +1 ずつ移動します。10 回コインを投げて点 (3,7) にたどり着く確率を、シミュレーションを用いて求めなさい。

コインを投げることを数式としてモデル化します。表と裏が等確率に出ることから、表を '1', 裏を '2' と表現することに決めると、表計算ソフトウェアでは、

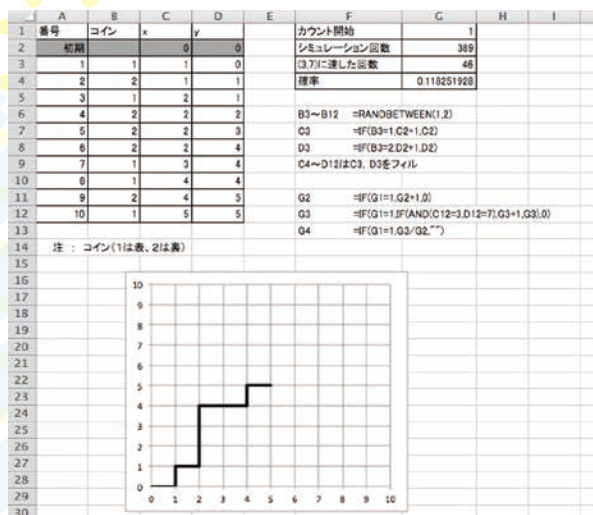
コインの出る面 =randbetween(1,2)

とできます。次に移動の様子を数式により表現します。x 座標は、表が出たときに +1 移動し、表でない場合には移動しないことから、次の数式モデルが得られます。

コインを投げた後の x 座標  
 =IF(コイン =1, 投げる前の x 座標 + 1,  
 投げる前の x 座標)

なお、y 座標についても同様に数式モデルが得られます。これらの数式モデルを用いることにより、ランダムウォークのシミュレーションができます。

次期学習指導要領解説の数学科では、頻度確率についても詳しく書かれています。コンピュータを用いたシミュレーションで試行を多数回繰り返し、頻度確率を求めることができます。表計算ソフトウェアでは、循環参照を用いて多数回のシミュレ-



■図-3 ランダムウォークのシミュレーション

ーションを集計することができます。集計をやり直せるようリセットするための仕組みも含めた数式を、**図-3**の中に掲載しておきます。

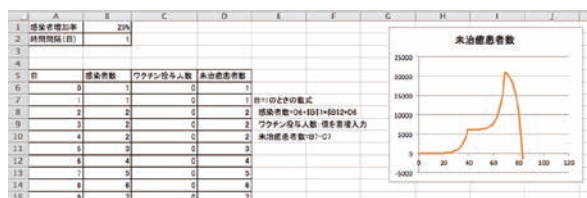
反復試行の確率を、数学科での論理的な確率と、「情報 I」でのコンピュータを用いたシミュレーションでの頻度確率とで比較するとおおむね近い値が得られます。このような教材では、数学科の先生と連携して、数学的な概念とコンピュータの有用性との両面を生徒が理解できるよう、それらの指導計画を立てていくことが必要と考えています。

## 生徒による問題発見・解決

ここまでで紹介した授業を行った後、生徒を 3～4 人のグループに分けて、問題の発見や解決のために適用できる事例を考えさせ、モデル化とシミュレーションを生徒自身で取り組む授業をしました。生徒が考えた事例の中から、2つの例を紹介します。**事例 1) 伝染病の感染の広がりどワクチン開発による収束**

ある伝染病が発生した。その伝染病は、翌日には  $(1+r)$  倍に感染者が拡大する。ワクチンを開発するのに伝染病が発症し始めてから 40 日かかり、70 日後には増産体制が整う。このときの感染が拡大して、ワクチンにより収束する様子をシミュレーションしてワクチンが足りるかどうかを検討する。

この問題は、先に紹介した預貯金残高のモデルと類似した問題になります。「積立額」を「感染者数」と読み替えると、同様の数式モデルを作ってシミュレーションできます。詳細な数式モデルは、**図-4**内に示します。



■図-4 感染者数変化のシミュレーション

## 事例2) カプセルトイでキャラクターを集める

カプセルトイ（硬貨を入れてダイヤルを回すと景品が出る自販機）ですべてのキャラクターを集めたい。キャラクターは全部で10種類あり、等確率で出るものとする。全部のキャラクターが集まるまでの回数の平均値（全種類揃うまでの回数の期待値）と最大値を求める。

この問題は、確率的モデルとして示したランダムウォークと類似しています。コインでは乱数により「表」と「裏」が出て、それに対応してx座標、y座標が増えていきます。生徒が考えた問題では、乱数により1～10までの値が出て、それに対応してキャラクター1～キャラクター10の入手した個数が増えていくというように応用することにより、シミュレーションできます（図-5）。

ソーシャルゲームでも、同様にくじでアイテムを得られる仕組みがあります。全種類揃えると特別なアイテムが得られることが、景品表示法に違反することが過去に社会問題になりました。勤務校の授業では扱っていませんが、単にソーシャルゲーム依存の話だけでなく、シミュレーションの結果に基づいて法律について考える機会として発展できる可能性があると考えています。

このように生徒自身に題材を探させることにより、興味を持って学習に取り組みます。また、予想しない結果が得られたときの驚きは自分たちで発見したことで強く印象に残るようです。しかし、一つひとつ手順をたどりながら数式モデルを組み立てることに慣れていないため、難しく感じるようです。また、最終的な結果として確率を求めたいのか、期待値を

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1			キャラクター番号										
2	番号	乱数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	初期		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	
5	2	8	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
6	3	6	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	
7	4	5	0	0	0	0	1	2	0	1	0	0	
8	5	8	0	0	0	0	1	2	0	2	0	0	
9	6	8	0	0	0	0	1	2	0	3	0	0	
10	7	1	1	0	0	0	1	2	0	3	0	0	

■図-5 カプセルトイのシミュレーション

求めたいのかという目的がはっきりせず結論が出せない場合があります。このように生徒自身が進められない場合には、生徒が考えている要素間の関係やシミュレーションの目的について改めて考えられるような支援が必要です。

## モデル化とシミュレーションからプログラミングへの発展

ここまで、シミュレーションのためのツールとして、表計算ソフトウェアを用いて説明してきました。シミュレーションのためのツールは、表計算ソフトウェアに限られるものではありません。

小学校段階からプログラミング教育を2020年から始めるための準備が進んでいます。小学校からプログラミングを学んだ生徒が高等学校に進学してくるときが、いずれやってきます。そのときを見据えて、「モデル化とシミュレーション」と「プログラミング」の関連についても書いておきます。今回の学習指導要領改訂では同じ単元となっていますが、これらは強いつながりがあります。

ここでは、例としてランダムウォークについてシミュレーションするためのPythonのプログラムを紹介します。

```
1: import random
2:
3: trial = 10000
4: count = 0
5:
6: for t in range(0, trial):
7:     x = 0
8:     y = 0
9:     for i in range(0, 10):
10:         coin = random.randrange(1, 3)
11:         if coin == 1:
12:             x += 1
13:         else:
14:             y += 1
15:         if x == 3 and y == 7:
16:             count += 1
17:
18: print('{0} / {1} = {2}'
19:       .format(count, trial, count/trial))
```

プログラムの詳細は省略しますが、数式モデルと関連する行について確認しておきます。10行目は乱数によりコインを振っている数式です。ここで、関数 randrange(a,b) は、a 以上 b 未満の乱数を返すため、randrange(1,3) にしています。11～14行目では、x座標とy座標を求めるための数式モデルに相当します。15・16行目で点(3,7)に到達したかどうかを判定し、到達した場合には count の値を1ずつ増やしています。若干の表現方法は違いますが、同じモデルに基づいて記述されていることが読みとれると思います。

## 教材の探し方

「モデル化とシミュレーション」の授業を考えるにあたり、教材が見つけれないという話を耳にしたことがよくあります。

今回の学習指導要領改訂では、単に知識・技能を身につけるだけではなく、知識・技能を活用することが求められています。また、1つの教科の中で閉じているのではなく、教科の垣根を越えて、教科連携が進められるような視点でも書かれています。一例として数学科の学習指導要領解説<sup>3)</sup>から、いくつか適度な問題を紹介します。

### 題材1) 線形計画法

ある製品 A, B を1個作るのに必要な原料 a, b の量, 原料 a, b の1日あたりの使用限量, 製品 A, B を販売したときの1個あたりの利益が表-1のように定められているとき、利益を最大にするには、1日に製品 A, B を何個ずつ作ればよいか。

■表-1

	製品 A	製品 B	1日の使用限度
原料 a	1kg	2kg	200kg
原料 b	3kg	1kg	400kg
利益 (円/個)	2,000円	1,000円	

■表-2

	割合
A → A	0.3
A → B	0.7
B → A	0.4
B → B	0.6

若干、本稿で説明したシミュレーションとは異なりますが、四則演算と多少の関数でシミュレーションできます。製品 A を○個買ったと仮定したときのシミュレーションと捉えれば、理解しやすいと思います (図-6)。

### 題材2) レンタルサイクルの返却台数

「自転車シェアリング」は、都市や観光地での交通渋滞や大気汚染、放置自転車の緩和を目指し、注目を集めている。レンタサイクルと異なるのは、サイクルポートであれば、どこでも自転車を借りたり返したりできることにある。設置台数を検討するために、サイクルポートを仮設し社会実験を行った結果、ある日の結果は、表-2のようになった。

たとえば、A → A は、A で借りられた自転車うちの30%がAで返却されたことを表している。この割合に基づいて、ポートの設置台数について考察する。さらに、この割合が変化するとどうなるか。

自転車が、A, Bそれぞれのサイクルポートに50台ずつ最初の日にあると仮定した場合の台数のシミュレーション結果を図-7に示します。

### 題材3) 薬の体内残留量

ある薬を飲んだときの1時間後の薬の体内残量が80%であるとき、体内残量が50%以下になるのは薬を飲んでおおよそ何時間後になるかを考える。

このシミュレーションは、積立残高のシミュレーションとほぼ同様にできます。今回は初期値を100としたときの変化を示しています。応用問題にはなりますが、朝・昼・夕の食後に服薬した場合の体内残量を調べてみると面白いと思います (図-8)。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		製品A	製品B	1日の使用限度					
2	原料a	1	2	200					
3	原料b	3	1	400					
4	利益(円/個)	2000	1000						
5									
6		製品A	製品B	残量	製品Bを作れる個数	製品Aを作れる個数	利益		
7	作る個数	原料a使用量	原料b使用量	原料a	原料b	原料a	原料b	原料a	原料b
8	0	0	0	200	100	100	100	100	100000
9	1	1	2	199	99	99	99	99	99000
10	2	2	4	198	98	98	98	98	98000
11	3	3	6	197	97	97	97	97	97000
12	4	4	8	196	96	96	96	96	96000
13	5	5	10	195	95	95	95	95	95000
14	6	6	12	194	94	94	94	94	94000
15	7	7	14	193	93	93	93	93	93000

■図-6 線形計画法のシミュレーション

今回紹介したモデルとして表現できないものもありますが、四則演算程度の数式モデルによりモデル化できる平易な問題です。これらの問題に対して私が出した数式モデルとシミュレーションを、次のサイト<sup>☆1</sup>で紹介しています。

また、勤務校の授業で生徒が考えた問題およびモデル化とシミュレーションも勤務校のサイト<sup>☆2</sup>で紹介しています。参考にしていただけると幸いです。

## 授業実施に向けて

普段、生活している中で、「少し条件が違っていたらどうなるのだろうか?」と疑問に思うことがあるかもしれません。そのように思ったことが、すでに教材のタネです。その疑問を流してしまうのではなく、コンピュータ上で再現してみてください。自

	A	B	C	D
1				
2			返却	
3			A	B
4	貸出		0.3	0.7
		B	0.4	0.6
5				
6		サイクルポート		
7	日	A	B	
8	0	50	50	
9	1	35	65	
10	2	37	64	
11	3	36	64	
12	4	36	64	
13	5	36	64	

■ 図-7 自転車返却台数のシミュレーション

	A	B
1	1時間後の残量	80%
2		
3	時間	体内残量
4	0	100.0
5	1	80.0
6	2	64.0
7	3	51.2
8	4	40.96

■ 図-8 薬の体内残量のシミュレーション

身の研修にもなり、教材の発見にもなります。

本稿では、数式モデルとして表現し、シミュレーションにより数値が求めました。数式モデルと数値とコンピュータから身の回りの事象や社会的な事象を知ることができます。その先には、身の回りや社会をよりよいものにする根拠が出てきます。

特に「社会と情報」を教えている先生に伝えたいのですが、「モデル化とシミュレーション」や「プログラミング」は単なる技術ではなく、社会をより良くするために用いることができます。「モデル化とシミュレーション」や「プログラミング」をはじめとする「情報の科学的な理解」についても重要な学習内容です。「情報の科学的な理解」についての授業内容をさらに深いものにして、より魅力的な情報科の授業を作っていきましょう。

### 参考文献

- 1) 「情報大航海時代」における制度的課題に関する高等学校等における情報教育の実態調査実施報告書、財団法人コンピュータ教育開発センター（2009）。
- 2) 教科書の種類数・点数・需要数（平成30年度用）、文部科学省、[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/kyoukasho/gaiyou/04060901/1235103.htm](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/kyoukasho/gaiyou/04060901/1235103.htm)（2018.12.18 閲覧）
- 3) 高等学校学習指導要領解説数学編理数編、文部科学省（2018）。

（2018年12月27日受付）

春日井優（正会員）kasugai.yu.ca@spec.ed.jp

1993年より埼玉県公立高等学校数学科教諭。2000年情報科教員免許状取得。2003年より情報科と数学科を兼任。2013年より情報科専任。

☆1 <https://joho-ka.mints.ne.jp/category/informatics/modeling-simulation>

☆2 [http://www.kawagoeminami-h.spec.ed.jp/?page\\_id=181](http://www.kawagoeminami-h.spec.ed.jp/?page_id=181)