

状態空間モデルと現代制御理論を用いた可変電気・機械特性スピーカー - The Dtsc[®] (Digital Thiele-Small Correction) -

岩村宏^{†1} 安田彰^{†1†2} 岡村淳一^{†1}

概要: スピーカーの状態空間モデルを用いてボイスコイル電流・ダイアフラム位置・ダイアフラム速度等を推定し、その内部状態を考慮したフィードフォワード制御を行うことにより、スピーカーのインピーダンス、インダクタンス、フォース・ファクター、ステイフネス、機械抵抗、可動部質量、キャビネット容量等を信号処理により仮想的にリアルタイムで変更できるシステムを開発した。制御はデジタル信号処理で行うため、各パラメータは独立して変更可能で、物理的には実現困難な特性も容易かつ安定に作り出すことができる。

キーワード: スピーカー、物理モデル、状態空間表現、現代制御理論

Variable electromechanical parameters speaker using state space model and modern control theory - The Dtsc[®] (Digital Thiele-Small Correction) -

HIROSHI IWAMURA^{†1} AKIRA YASUDA^{†1†2}
JUN-ICHI OKAMURA^{†1}

Abstract: The Dtsc[®] is completely new audio equalizer under modern control theory that utilizes the time-domain state space representation. The controller takes into consideration the internal states of the physical model modeled in differential equation also as well as input/output signals. The new equalizer realizes unique functionalities that can control physical parameters of real speaker such as "Coil Resistance", "Coil Inductance", "Force Factor", "Mechanical Stiffness", "Mechanical Resistance", "Driver Mass", and "Cabinet Capacity" independently during listening music in real-time. You can have virtual "highly sensitive but hard damping and mild sound" speaker for example.

Keywords: loud speaker, physical model, state space representation, modern control theory

1. はじめに

スピーカーの振動板は、中高域での分割振動の影響を抑えるには厚く剛性率が高く、しかも軽量で内部損失の大きい材料で、小さな口径であることが望ましい。また低域では、口径が大きく、無歪み振幅が大きい方が有利である。さらに加工難度や耐久性も考慮に入れる必要があり、一般的にこれらを同時に満たすことは困難であって、所望の特性を得るためには非常に複雑な設計の変更を伴う。また、通常のグラフィック・イコライザーによる周波数特性調整だけでは、これらの問題に対処するのが難しい。

従来、スピーカーの諸元を表す T/S パラメータ (Thiele/Small parameter) は広く一般に用いられ、キャビネット設計等に参照されているが、数値解析・制御に積極的かつ実用的に用いられている例は少ない。

今回、T/S パラメータを用いたスピーカーモデルを制御対象とした状態フィードバック制御を行い、通常のグラフ

ィック・イコライザーのような周波数特性による調整ではなく、スピーカーの物理的特性をデジタル信号処理により仮想的に変更可能な信号処理技術「Dtsc[®]」を考案・開発した。PC でリアルタイム動作可能なシステムと、現在開発中の DSP 内蔵デジタル・スピーカー制御 IC への実装を行い、有効性が確認できたのでここに報告する。

Dtsc によれば、振動板の重さを変えずに機械抵抗のみを変化させるといった調整が可能であり、仮想的にスピーカーのパラメータを変更する新たな解決策となり得る。当技術は一般的なオーディオ・デバイス全般に適用可能であるが、内部モデル状態と実際のオーディオ・デバイスとの合致精度が高い方がより精度の高い制御が可能となるため、スピーカーをアナログ回路なしに直接駆動できるフル・デジタル方式の場合は特に有利となる。

^{†1} (株)Trigence Semiconductor <http://www.trigence.com/>

^{†2} 法政大学

HOSEI University

2. 原理

2.1 システム構成

Fig. 1 に Dtsc のブロック図を示す. 古典制御理論ではシステムの入出力のみを取り扱うが, 現代制御理論においては, 内部状態を考慮した状態空間表現を用いて内部状態をフィードバック制御することにより, 高次や多入出力システムの制御が比較的容易に行える.

Dtsc でも状態空間表現を用いてスピーカーをモデル化することにより, スピーカーのコイルを流れる電流, ダイアフラムの位置や速度といった内部状態を用いて制御を行って本機能を実現している.

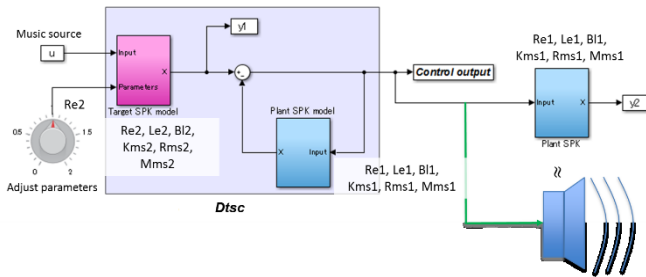


Fig. 1 Dtsc ブロック図

制御対象のオーディオ・デバイスのモデルを Plant モデル (図中, 中央および右の SPK モデルブロック), 目標モデルを Target モデル (図中, 左の SPK モデルブロック) と呼ぶ. Fig. 1 に示すように Target モデルとして制御対象とは別のスピーカーのモデルを使用すれば, そのコントロール信号が入力されたときに Plant モデルの状態が Target モデルと同じになるよう制御されたコントロール信号が出力され, 別のスピーカーを繋いだときのような音が再現される. ただし, もちろん機械的な制限を超えることはできないため, 「その範囲内で」再現されることとなる.

2.2 スピーカーモデル

(1) 等価回路と微分方程式モデル

一般的なダイナミックスピーカーの基本等価回路を Fig. 2 に, スピーカーの基本構造と機械モデルを Fig. 3 に示す [1][2][3].

Re, Le, Bl, Kms, Rms, Mms 等は T/S パラメータと呼ばれ, インピーダンス・カーブやレーザーによる変位測定を用いて測定される [3]. また, スピーカー・ドライバ・メーカーが公開していることも多い.

電気系, 機械系方程式はそれぞれ Eq.(1), Eq.(2) で表される. これから変位による L_e の変化量は少ないとして変位微分の項を無視し, $i/x/v$ それぞれの微分方程式を求めると, Eq.(3)~Eq.(5) のようになる.

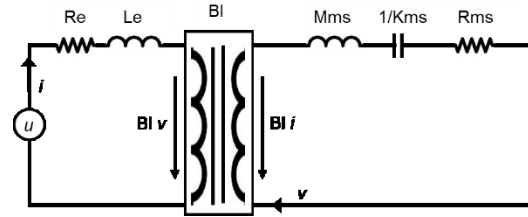


Fig. 2 スピーカー等価回路 (集中定数モデル)

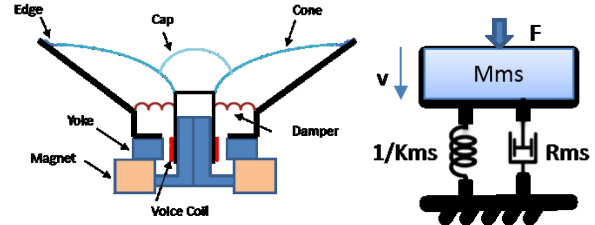


Fig. 3 スピーカーの基本構造と機械モデル

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| u : driver voltage | i : voice coil current |
| v : diaphragm velocity | x : diaphragm displacement |
| Re: voice coil resistance | Le: voice coil inductance |
| Bl: force factor | Kms: suspension stiffness |
| Rms: mechanical resistance | Mms: mechanical mass with air load |

$$u = R_e \cdot i + L_e \frac{di}{dt} + i \frac{dL_e}{dx} v + Bl \cdot v \quad (1)$$

$$Bl \cdot i = M_{ms} \frac{dv}{dt} + R_{ms} \cdot v + K_{ms} \cdot x \quad (2)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{-R_e}{L_e} \cdot i - \frac{Bl}{L_e} \cdot v + \frac{1}{L_e} \cdot u \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (4)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{M_{ms}} \cdot i - \frac{K_{ms}}{M_{ms}} \cdot x - \frac{R_{ms}}{M_{ms}} \cdot v \quad (5)$$

(2) 状態空間モデル

状態変数 \mathbf{x} を導入し, 一階微分方程式である状態方程式 Eq.(6) と出力方程式 Eq.(7) で表したモデルを, 状態空間表現モデルという. 厳密にプロパーな場合は $D=0$ となる.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (6)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (7)$$

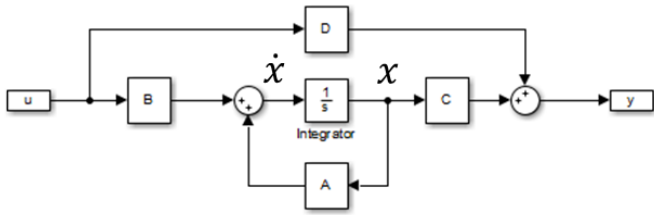


Fig. 4 状態空間モデル

Eq.(6), Eq.(7)の各マトリクスは Eq.(3)~Eq.(5)から直接的に以下のように求まる.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R_e}{L_e} & 0 & -\frac{Bl}{L_e} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{Bl}{M_{ms}} & -\frac{K_{ms}}{M_{ms}} & -\frac{R_{ms}}{M_{ms}} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_e} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 1 \quad 0], D = 0$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i \\ x \\ v \end{bmatrix}$$

⋯⋯ (8)

(3) 離散化

以上は連続領域表現であり、実際にはデジタル制御を用いて安定な制御を行うために離散化を行い、デジタル領域での演算を行う必要がある。離散化は、一般的な0次ホールドやパイリニア、インパルスインバリエント法等を用いれば良い。

まずは状態方程式の解を求める。状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \quad (9)$$

において、

$$\mathbf{x}(t) = e^{At}\mathbf{p}(t) \quad (10)$$

と置くと、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= Ae^{At}\mathbf{p} + e^{At}\dot{\mathbf{p}} \\ &= A\mathbf{x}(t) + e^{At}\dot{\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (11)$$

となるので、元の状態方程式と比較して、

$$e^{At}\dot{\mathbf{p}} = B\mathbf{u} \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = e^{-At}B\mathbf{u} \quad (13)$$

となる。

\mathbf{u} は $t \geq 0$ でのみ値を持つため、

$$\mathbf{p}(t) = \int_0^t e^{-A\tau}B\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (14)$$

となり、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= e^{At} \int_0^t e^{-A\tau}B\mathbf{u}(\tau)d\tau = \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\mathbf{u}(\tau)d\tau \\ &\quad \dots \end{aligned} \quad (15)$$

と特殊解が求まる。

一般解は初期値との和として以下のように表される。

$$\mathbf{x}(t) = e^{At}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B\mathbf{u}(\tau)d\tau \quad (16)$$

これから差分方程式は、以下のように表される。

$$\mathbf{x}(n+1) = e^{AT}\mathbf{x}(n) + \int_t^{t+T} e^{A(t+T-\tau)}B\mathbf{u}(\tau)d\tau$$

T : Sampling time

⋯⋯ (17)

$$\mathbf{x}(n+1) = A_d\mathbf{x}(n) + B_d\mathbf{u}(n) \quad (18)$$

0次ホールドであれば、以下の式で離散化マトリクスを求めることができる。

$$A_d = e^{AT}, B_d = \int_0^T e^{A_n\tau}d\tau B_n = A_n^{-1}(e^{A_nT} - I)B_n$$

⋯⋯ (19)

(4) 極と安定性

連続領域においては行列 A の固有値の実数部が全て負、離散領域においては全ての固有値が単位円内にあることが安定条件として知られている。また、伝達関数の分母と分子に共通因子がなければ、伝達関数の極は A の固有値と一致する。

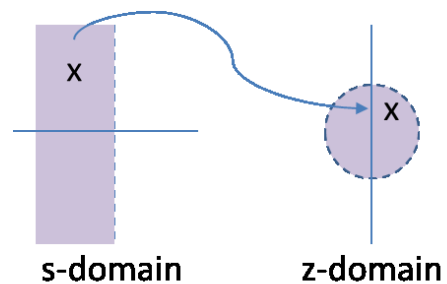


Fig. 5 安定条件

しかし Dtsc は状態フィードバックモデルを内包するため、Fig. 6 に示すようなフィードバックモデルでの安定条件を求める必要がある。

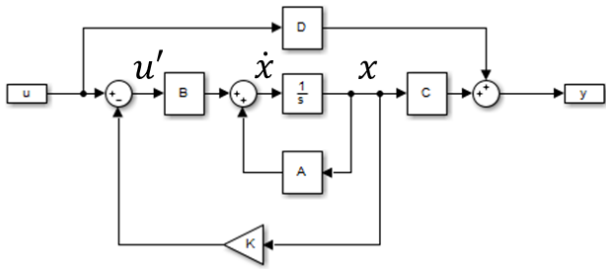


Fig. 6 状態フィードバックモデル

Fig. 6 において

$$u' = u - Kx \tag{20}$$

なので、離散領域でのこのフィードバックモデルの安定条件は、

$$\begin{aligned} x(n+1) &= Ax(n) + B(u - Kx(n)) \\ &= (A - BK)x(n) + Bu \end{aligned} \tag{21}$$

より、 $(A - BK)$ の固有値が全て単位円内にあれば良いことが分かる。

極からフィードバックゲインへの変換は、可制御標準形に変換してから求める方法と、可制御標準形に変換することなく求めることのできるアッカーマンのアルゴリズムがある[5]。それぞれの Matlab スクリプトを付録 A に記す。

さらに Dtsc においては、Plant と Target モデルが同一である場合に Dtsc システム全体の周波数特性がオーディオ全帯域に渡ってフラットであることが望ましい。しかし、演算量の観点からクリティカル・サンプリング・レート(制御帯域=オーディオ帯域)であることも望まれる。そのような極を手動で見つけることは困難であるため、モデル毎に最適な極を自動的に推定するアプリケーションを開発して用いた。

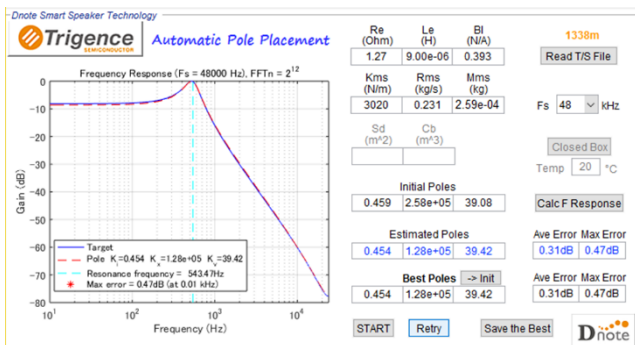


Fig. 7 極自動配置アプリケーション

3. PC アプリケーションと DSP 実装

PC アプリケーションは MATLAB で作成したが[4]、DSP への実装が製品化の目標であったため、信号処理自体には MATLAB 固有の関数は使用せず、General C レベルで開発を行った。PC アプリケーション自体も、ステレオでリアルタイム動作が可能である(要 CoreM 1GHz 程度以上)。

DSP 版の演算量は、離散化まではコントロールソフト側で行い、DSP 内は単純な行列演算のみで良いため、浮動小数点 DSP で 4MIPS/ch、固定小数点 DSP (32bit×16bit) で 33MIPS/ch 程度であった(24bit48KHz サンプリング時)。

Fig. 8 と Fig. 9 に PC アプリケーションの GUI 画面とグラフ表示画面を、Fig. 10 に DSP 評価ボード、Fig. 11 にデジタル・スピーカー・モジュールの写真をそれぞれ示す。

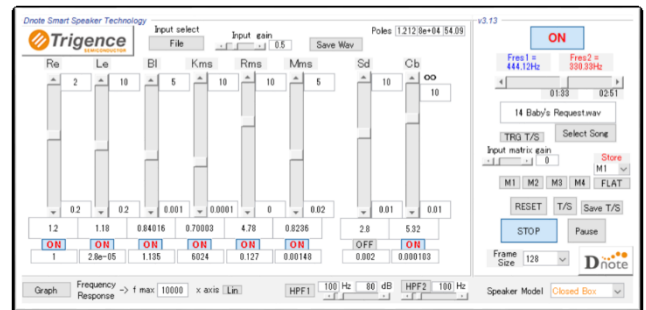


Fig. 8 Dtsc GUI 画面

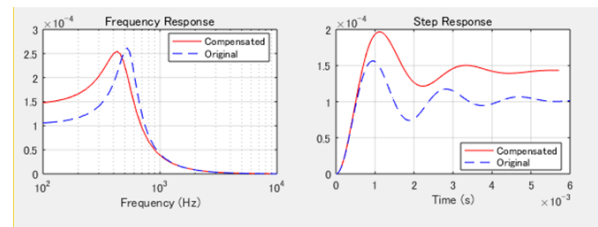


Fig. 9 Dtsc 周波数・ステップ応答グラフ表示機能。

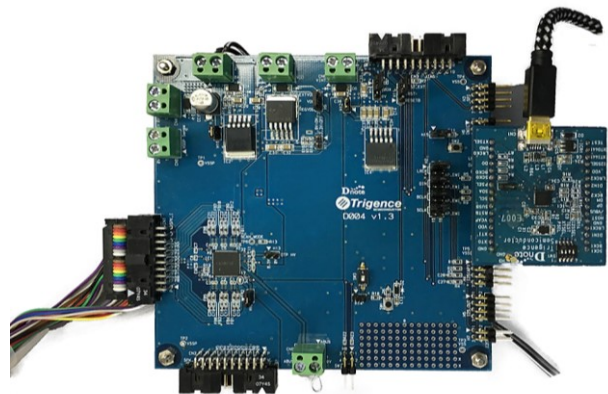


Fig. 10 DSP 評価ボード

4. シミュレーション結果

4.1 基本動作シミュレーション

以下に、Dtsc で Target の各 T/S パラメータのうち、Rms, Kms, Mms をそれぞれ単独で変化させた場合の、Plant スピーカーのダイアフラム変位の応答グラフを示す。(Fig. 1 の y2 の応答)

(1) Rms (機械抵抗)

Rms を上げた場合、レゾナンス周波数付近でのゲインが抑えられ、収束も早くなる。下げた場合、レゾナンス周波数付近でのゲインが上がり収束時間も長くなる。

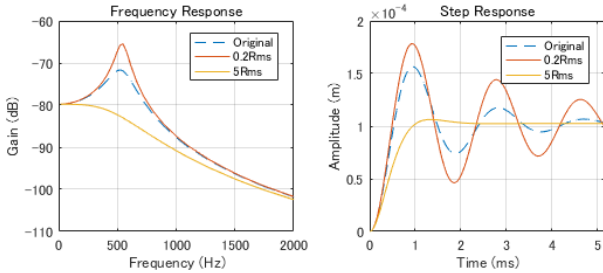


Fig. 11 Rms による応答変化

(2) Kms (スティフネス)

Kms を上げた場合、あたかもダイアフラムが動きにくくなったかのようにレゾナンス周波数が上がり、低音が抑えられる。下げた場合、ダイアフラムが動きやすくなったかのようにレゾナンス周波数が下がり、低音が出やすくなる。

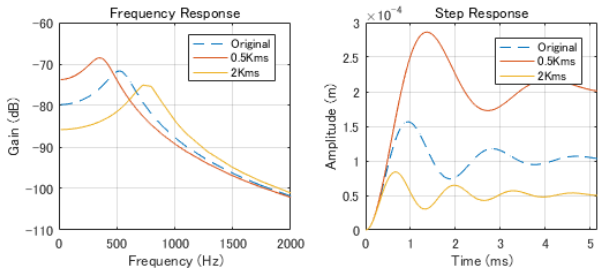


Fig. 12 Kms による応答変化

(3) Mms (可動部質量)

Mms を上げた場合、レゾナンス周波数が下がり、感度も下がって応答が遅くなる。下げた場合、レゾナンス周波数が上がり、感度も上がって応答が早くなる。

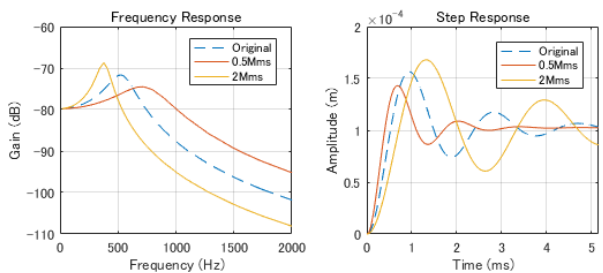


Fig. 13 Mms による応答変化

4.2 複合動作シミュレーション

次に、SPK1/2、2種類のスピーカーモデルを Plant モデルとし、両方ともまた別のスピーカーモデル SPK3 を Target モデルとした場合の Dtsc による制御例を示す。

Fig. 14, Fig. 15 は各モデルの時間・周波数応答であり、応答速度、収束時間、レゾナンス周波数等がそれぞれ異なっているのが分かる。

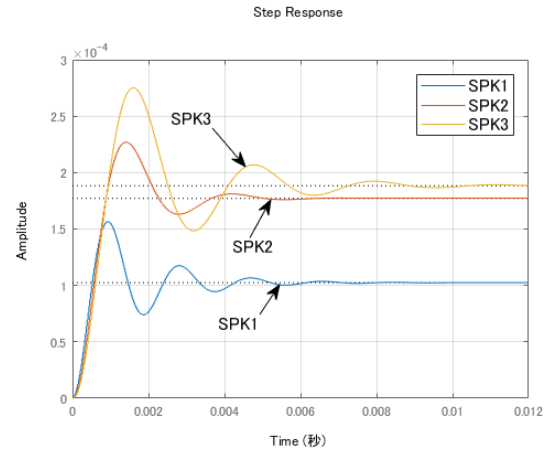


Fig. 14 各スピーカーモデル時間応答

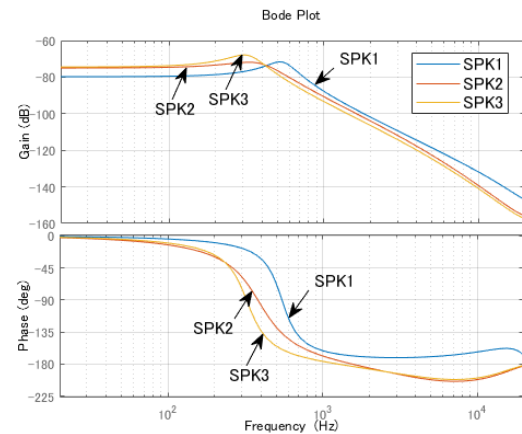


Fig. 15 各スピーカーモデル周波数応答

これに対する Dtsc の制御結果を Fig. 16, Fig. 17 に示す。

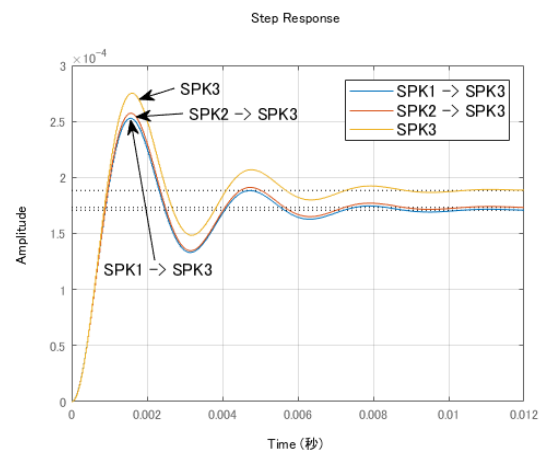


Fig. 16 シミュレーション結果 (時間応答)

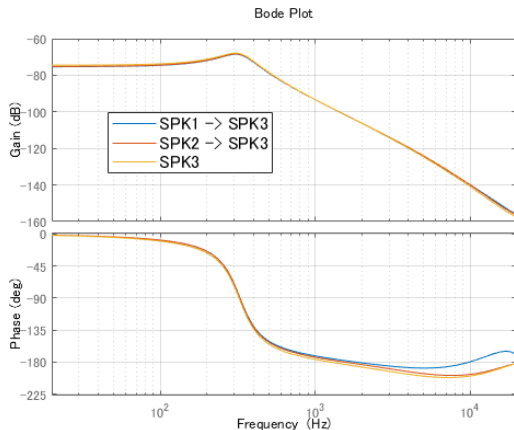


Fig. 17 シミュレーション結果（周波数応答）

元々時間応答が大きく異なり、別々のレゾナンス周波数を持つ SPK1/2 が、最大ゲイン誤差約 1dB で SPK3 にほぼ一致する応答を示すようになっている。

以上のように、信号処理のみでスピーカーの物理的な特性を仮想的に変化させられていることが確認できた。

5. おわりに

状態空間モデルと内部状態フィードバックを用いたフィードフォワード制御により、オーディオ・デバイスの物理的特性を信号処理のみにより仮想的かつリアルタイムに変化させることのできる新たなオーディオ・イコライジング・システムを実現した。

従来の周波数特性補正では難しかった、共振点を移動させる、時間応答を調整するといったことが簡単に行える。

物理特性に変更を加えることなく、インピーダンス、インダクタンス、磁力、可動部質量やダイアフラムの動きやすさ、キャビネット容量等を仮想的に変更できることにより、個体差の吸収やステレオで使用した場合のバランス調整なども行え、大幅に開発・製造時の調整の手間が省ける。さらに、この信号処理を前提とした、今までの物理的制約を緩めた新たなオーディオ・デバイスの実現も可能になるのではないかと期待している。

謝辞 Dtsc の開発に当たり、初期段階から多くの有益なフィードバックを頂いた技術営業部の落合氏、DSP 評価ボードの提供等多大なご協力を頂いた開発部の方々に感謝致します。

参考文献

- [1] Small R H. Direct radiator loudspeaker system analysis, Journal of the Audio Engineering Society, 20(5), 383-395, (1972).
- [2] Small R H. Closed-box loudspeaker systems-part 1: analysis, Journal of the Audio Engineering Society, 20(10), 798-808, (1972).

- [3] KLIPPEL R&D システム モジュールユーザマニュアル, リニアパラメータ測定 LPM - Linear Parameter Measurement) <https://www.klippel.de/material-in-other-languages/japanese.html>
- [4] “Create a Simple App Using GUIDE”, MathWorks, http://jp.mathworks.com/help/matlab/creating_guis/about-the-simple-guide-gui-example.html
- [5] 川田昌克, MATLAB/Simulink による現代制御入門, 森北出版株式会社.

付録

付録 A.1 Controllable canonical form method

```
coef = poly(Adz);
% characteristic polynomial, Adz : discretized matrix A
a2 = coef(end-2); a1 = coef(end-1); a0 = coef(end);
```

```
Mc = [a1 a2 1; a2 1 0; 1 0 0]; % regular matrix
```

```
Vc = [Bdz Adz*Bdz Adz*Adz*Bdz];
```

```
% controllability matrix, Bdz : discretized matrix B
```

```
Tc = inv(Vc * Mc);
```

```
% transfer matrix to controllable canonical form
```

```
Delta1 = conv([1 -p(1)], [1 -p(2)]);
```

```
% eigenvalue, p : pole (complex value)
```

```
Delta = conv(Delta1, [1 -p(3)]);
```

```
d2 = Delta(2); d1 = Delta(3); d0 = Delta(4);
```

```
% calc feedback gain by backing to original coordinate system
```

```
Kc = [a0-d0 a1-d1 a2-d2];
```

```
K = Kc * Tc; % feedback gain matrix
```

付録 A.2 Ackermann's formula

```
% eigenvalue
```

```
Delta1 = conv([1 -p(1)], [1 -p(2)]);
```

```
Delta = conv(Delta1, [1 -p(3)]);
```

```
d2 = Delta(2); d1 = Delta(3); d0 = Delta(4); % polynomial coefficients
```

```
DeltaA = Adz*Adz*Adz + d2*Adz*Adz + d1*Adz + d0*eye(3); % Acker step1
```

```
% controllability matrix
```

```
Vc = [Bdz Adz*Bdz Adz*Adz*Bdz];
```

```
e = [0 0 1];
```

```
K = -e*inv(Vc)*DeltaA; % Acker step2
```