

最適性と多様性のトレードオフを考慮したノベルティサーチに基づく多目的進化計算

村田 暁紀¹ 佐藤 寛之¹ 高玉 圭樹¹

概要：本研究では、1つの個体としての解を進化させる通常の多点探索型進化計算（点＝個体＝解候補）ではなく、複数の個体からなる解を進化させる進化計算（複数の個体を群ととらえると、多群探索型進化計算（群＝複数の個体＝解候補））を提案するとともに、その有効性を検証することを目的とする。さらに、進化計算において根源的な問題である最適性と多様性のトレードオフを、多群探索型進化計算にて改善することを試みる。具体的には、多目的進化計算手法一つである NSGA-II の評価指標として、「最適性」を評価する解の良さと「多様性」を評価するノベルティサーチを導入した後、(1) 評価値の高い解の近傍を重点的に探索する重点サンプリングと(2) 評価値の高い解から離れる範囲を探索しない多様性制限を組み込む。提案手法の有効性を検証するため、航空機着陸問題（群＝複数の航空機の経路集合＝解候補）に適用し、シミュレーション実験を行ったところ、(1) 提案手法は、各個体を最適化しつつ全体を最適化するとともに、ノベルティのみの評価や Fitness の評価のみの手法に比べ、より最適性の高い解を獲得できることが明らかになった。また、(2) 多群探索型進化計算において、重点サンプリングと多様性制限が最適性と多様性のトレードオフの問題の改善に貢献できることを示した。

キーワード：遺伝的アルゴリズム, 多群進化, ノベルティサーチ

1. はじめに

カーナビは1台の車の経路の最適化には役に立つが、(複数の車が空いている道を選ぶことで渋滞が悪化することなど) 複数の車の経路を同時に最適化できない。このように個体の最適性を考慮しつつ、全体を最適化することは、カーナビ以外にも航空機やトラックをはじめとする交通最適化や看護師などの24時間体制で業務に就く、などのシフトスケジューリング最適化などさまざまなところで求められている。しかし、個体を最適化しながら全体を最適化する場合、(1) 個体の組み合わせが膨大になるため、実時間内での計算が困難になるだけでなく、(2) 個体レベルで変化すると、全体として改めて解を探索しなければならない。さらに、(3) 全個体の情報が得られないと、全体としての最適化に支障がでる。このような場合には個体による分散最適化が有効であるが、全体最適化において他の解を考慮した探索法が必要になる。従来の遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm :以下 GA) に代表される最適化手法は、「1つの個体としての解」を進化させる多点探索型進

化計算（1つの個体を点ととらえると、点＝個体＝解候補となる方法）であるため適用できない [3]。そこで、本論文では「複数の個体からなる解」を進化させる多群探索型進化計算（複数の個体を群ととらえると、群＝複数の個体＝解候補となる方法）を提案する。具体的には、複数の個体を独立に進化させた後、それらの組み合わせからなる解候補（群）を進化させる多段分散進化を提案し、多様な個体からの有望な解候補の組み合わせ探索により全体の最適化を図る。さらに、本論文では進化計算において根源的な問題である最適性と多様性のトレードオフを、多群探索型進化計算にて改善することを試みる。具体的には、多目的進化計算手法の一つである二目的の NSGA-II (Non-Dominant Sorting Genetic Algorithm-II)[2] を採用し、評価指標として「最適性」を評価する解の良さと「多様性」を評価するノベルティサーチ [5] を導入する。このとき、最適性と多様性を同じ割合で探索すると、常に評価値 (Fitness) の高い解を探索しにくくなるため、(1) 評価値の高い解の近傍を重点的に探索する重点サンプリングと(2) 評価値の高い解から遠い範囲を探索しない多様性制限を用いることで、最適性と多様性のトレードオフの改善を図る。

提案手法の有効性を検証するため、航空機着陸問題（群＝複数の航空機の経路集合＝解候補）に適用し、実際の空港

¹ 電気通信大学大学院
Graduate School, the University of Electro-Communications,
Chofu, Tokyo, Japan

での周辺環境を模擬したシミュレーション実験を通して、提案した多群探索型進化計算に加え、重点サンプリング及び探索範囲制限の有効性を検証する。

2. 既存研究

2.1 ノベルティサーチ

ノベルティサーチは個体の評価指標であり、Fitness にとられない新しい手法である [5]。通常の進化計算では、特定の評価に基づいた絶対評価 (Fitness と呼ばれる) に従って個体の優劣が決定されるが、ノベルティサーチでは解集団の中での (相対的に) 優劣が決定する。特に、ノベルティサーチは他の個体と比較してどれだけユニーク個体であるかを評価するため、他の個体とは異なる探索をしている場合に高い評価が得られる仕組みになっており、局所解に陥ることなく、大域的な探索が可能となる。この手法は本論文で関連の深いマルチエージェントの協調タスクにおいても有効であることが示されている。[4][6] [8] ノベルティに基づく評価式を以下に記述する。

$$\rho(x) = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^k dist(x, \mu) \quad (1)$$

式 1 における x は評価される解、 μ は他の解を表しており、 $dist(x, \mu)$ 二つの距離を求める関数となり、この関数はユークリッド距離やマハラノビス距離などが用いられる [7]。k の値は近傍数を示しており、ノベルティの評価を用いる場合は 15 から個体数全てを用いることが多い。

2.2 航空機着陸問題

航空機が目的空港へ着陸する際に、複数の航空機が同時に着陸できないため、適切な順位付けと航空機毎に経路を考慮することが必要になる。この問題は航空機着陸問題と呼ばれており [1]、経路最適化と着陸順最適化に分割される。これらは別々に研究されているが、現場では統合したシステムが必要とされるため、本研究では統合して扱える多群探索型進化計算を考案する。具体的には、各航空機の経路を「個体」とし、複数の航空機の着陸順 (複数の航空機の経路集合によって決定) を「複数の個体 (= 群)」と捉え、個体としての各航空機の経路を最適化しながら、複数の個体としての複数の航空機の経路集合を最適化する。

3. 多様性と最適性のトレードを考慮した多目的進化計算

3.1 概要

図 1 に提案手法の概要を示す。図 1 の左側が経路最適化部 (個体 (= 各航空機の経路) の最適化を担当) を表し、右側が着陸順最適化部 (複数の個体 (= 複数の航空機の経路集合 = 群) の最適化を担当) となっており、提案手法はこの二つから構成される。この図において、各航空機の地図上

にある線の一つ一つが経路の候補を表しており、経路計画では各航空機が独立に経路の候補を X 個生成し、生成された X 個の解から上位 Y 個 (経路長の短いものから Y 個) の候補を選択する。その後、到着順最適化では複数個体の Y 個の経路の候補から適切な経路の組み合わせ (群に相当) を探索し、着陸間隔の制約を満たす適切な着陸順を最適化することにより、全ての航空機の経路および到着順を決定する。

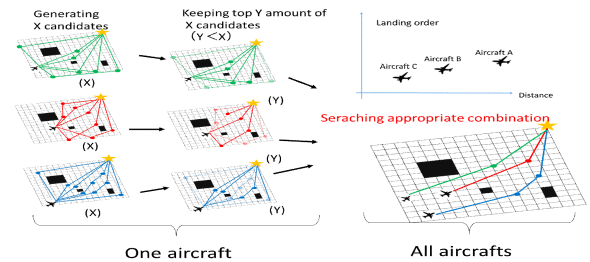


図 1 提案手法概要

3.2 メカニズム

3.2.1 経路最適化

航空機の経路は、田島らの経路計画手法と同様に GA を用いて最適化する。具体的には、経路を表す個体は、遺伝子座にウェイポイントと呼ばれる方向変換点から構成され、現在地から、ウェイポイント、目的空港までを結ぶことで一つの経路が生成される (ウェイポイントの数は決まっていないので、可変長の個体となる)。このとき、最適性としての最短経路だけでなく、多様性としての異なる経路を見出すために、多目的最適化手法の一つである NSGA-II を採用し、図 2 (右) に示すような経路長とノベルティの二つの目的関数をもとに、航空機の経路を進化させる。なお、図 2 は各経路 (同図 (左)) とその評価 (同図 (右)) の対応関係を同じ色で示している。本研究で用いるノベルティに基

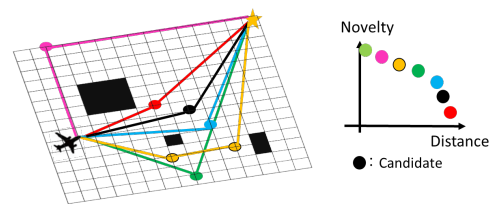


図 2 経路とその評価の関係性

づく評価式を以下に記述する。

$$\rho(x) = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^k diff(x, \mu) \quad (2)$$

式 2 における x は評価される経路、 μ は他の経路を表しており、 $diff(x, \mu)$ 経路長の差分を求める関数となる。式 1 との違いは、 $dist(x, \mu)$ を $diff(x, \mu)$ と経路最適化用に変更しただけで、本質的に違いはない。厳密に言えば、従来

のノベルティサーチの評価である $dist(x, \mu)$ は空間の網羅性を考慮しているが、本研究で用いる $diff(x, \mu)$ は経路長の差分として評価する。この理由としては、着陸順を決定する際に経路長によって決まる航空機の干渉が問題になるからである。そこで、経路長の差を評価することで一定の適切な間隔を保てるような経路長を見出し、干渉を回避する。

3.2.2 着陸順最適化

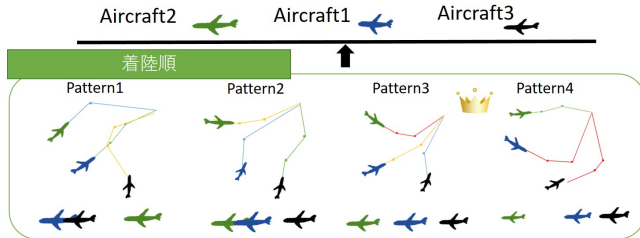


図3 着陸順生成の流れ

図2 経路最適化によって、各航空機の経路がパレートフロントとして複数（図2ではX個）生成され、経路長の短いものからいくつか（図2ではY個）が選択される。その後、図3に示す航空機の着陸順最適化に向けて、航空機ごとに（Y個から）一つの経路を選択し、その経路の組み合わせを複数航空機の経路の集合（＝群）として最適化する。具体的には航空機毎に選択された経路が適切な間隔を満たし着陸順の評価が高くなる。（総経路長が短くなる）組み合わせをGAを用いて探索する。着陸順最適化の一通りの流れを示す図3では、適切な間隔を満たしつつ総経路長が一番小さくなるパターン3が選択されている（パターン1と2では2つの航空機の間隔が短く、パターン4では航空機の間隔が空きすぎている）。着陸順最適化では、遺伝子が各航空機の経路の候補に対応しており、着陸順の評価基準は以下を用いる。

$$Fitness = \sum_{n=1}^m distance_n \quad (3)$$

$$Fitness = \sum_{n=1}^m distance_n + Penalty \quad (4)$$

$$if \text{ Constraint} > distance_p - distance_n$$

式3は滑走路占有時間及び各経路長を考慮した評価であり、Fitnessは低ければ低いほど高評価となる。mは航空機数を表しており、各航空機の経路の総和を示している。また、航空機が着陸する場合には、航空機の後方には乱気流が発生するため、一定時間の間隔を空ける必要がある。そこで、式4に示すように先行機と後続機の経路の間隔を表す制約を付加し、一定の間隔を満たしていない場合には到着順の評価を低くし、制約条件を満たさない解が淘汰されるよう作用させる。なお、 $distance_p$ は先行機の経路長、 $distance_n$ は後続機の経路長を表しており $distance_p$ は先行機の経路長、 $distance_n$ は後続機の経路長を表しており、

到着機同士の間隔を満たすもののみを実行可能解として評価し、それ以外は評価しない。

3.3 最適性の高い多様な解獲得へ向けた改善点

第1章で述べたように、最適性と多様性を同じ割合で探索すると、短い経路長を見出しにくくなる。なぜなら、ノベルティは他と比べて離れれば離れるほど評価が高くなるため、より長い経路長が多様性としての評価が高まり、そのような経路が生成されやすくなるからである。この問題を解決するために、(1) 評価値の高い解の近傍を重点的に探索する重点サンプリングと(2) 評価値の高い解から遠い範囲を探索しない多様性制限を提案する。

3.3.1 重点サンプリング

航空機着陸問題では、やみくもに経路長の長いものを多様性として探索する必要はなく、ある範囲の経路長を重点的に探索する戦略が重要である。航空機の目的としてはできるだけ短い経路長で目的空港に到着することが重要であるため、できるだけ最短経路に近い経路長を探索すべきである。そこで、最短経路を基準として重点的にサンプリングする手法を提案する。具体的には、図4(左上)に示すように最短経路の重みを最大とし、そこから指数的に重みが下がるようにサンプリングする割合を変更する。重点的に探索するために通常のノベルティの評価にとしては以下の式5を6に導入する。

$$\alpha = W^{(\frac{distance}{d_{min}} - 1)} \quad (5)$$

d_{min} は個体（航空機1機）の最短経路であり、 $distance$ は評価される経路長である。 W はパラメータであり、 W の値が大きいほど、重みに対する偏差が大きくなるこのようなサンプリング手法を導入することで、最短からの経路長が短いものを優先的にサンプリングすることが可能となる。

$$\rho(x) = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^k diff(x, \mu) \alpha \quad (6)$$

3.3.2 多様性制限

複数の航空機の干渉を避けるためには、各航空機は多様な経路が必要であるが、3.3.1で述べたように章で述べたように過剰に多様な経路は最適性の観点から必要ない。特に、提案手法では長い経路のノベルティ評価が高くなるため、経路長を制限することが重要となる。そこで、最短経路から一定以内の経路のみを評価し、その範囲から逸脱した経路は評価しないように制限する方法を提案する。具体的には、図4(右上)に示すように、最短経路から大幅に外れた経路は探索しないように範囲を制限し、枠で囲った部分の経路を評価するために、下記の式7を式6に加える。

$$\rho(x) = 0 \text{ if } distance \geq d_{min} \beta \quad (7)$$

式7は探索すべき経路長の範囲を示しており、最短経路

長の長さに依存するパラメータが付加されている (なお, $distance$ と d_{min} は 3.3.2 章で述べたものと同じである). これにより, 評価される経路長 ($distance$) が世代毎の最短経路 (d_{min}) の β 以上であれば探索せず, ノベルティの値を 0 とする.

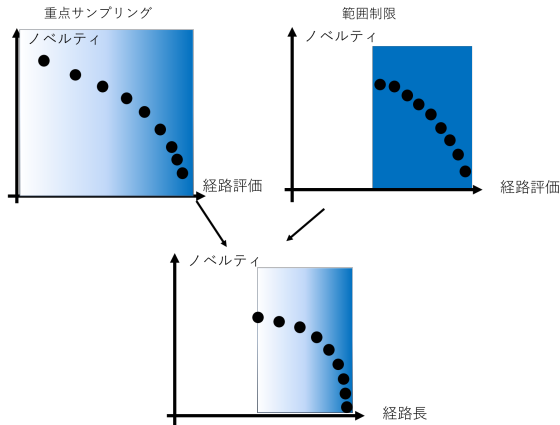


図 4 範囲制限と重点サンプリング

重点サンプリング法と範囲制限法を組み合わせた時は上記の図 5 のようにまとめられる. 範囲制限により多様性は維持しつつも最短経路に近い経路を探索させ, さらに重点サンプリングにより最短経路の近傍をより多く探索することで更なる経路の最適化が期待できる.

4. 実験

提案手法の有効性を検証するために羽田空港における航空機着陸問題に適用し, 提案した多群探索型進化計算の有効性を検証する. 評価基準としては全航空機の総経路長を採用し, 生成された着陸順も評価する. 比較対象としてはノベルティ単目的最適化, 経路長単目的最適化, 提案手法 (ノベルティおよび経路長の 2 目的最適化) の 3 手法を比較する.

4.1 羽田空港における着陸問題

4.1.1 環境

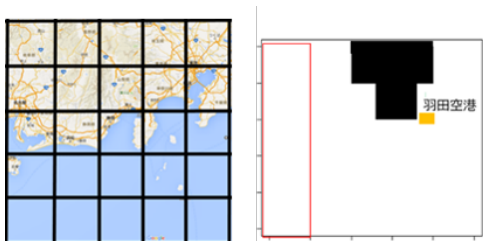


図 5 map

羽田空港は 4 本の滑走路を保有し, そのうち 2 本が平行滑走路, 残り 2 本は平行滑走路に交差するよう配置されている. 羽田空港は東側, 西側の両方から到着機が飛来す

るが, 特に西側からの到着機の比率は 7 割を占めているため, 本実験では図 4.1.1 に示すような西側から到着する到着機に着目した航空機着陸問題を扱う. 今回想定する着陸順の最適化の範囲は $250\text{km} \times 250\text{km}$ であり, これは航空機がおおよそ 30 分で着陸する範囲となっている. この範囲を 2 次元平面のグリッドマップにモデル化する. なお, 航空機は 3 次元に航行可能であるが, 空港の 250km 近傍において高度はほぼ一定であることから 2 次元平面として扱う. また, グリッドマップには黒いエリアは航行禁止エリアであり, 羽田空港周辺においては米国の訓練空域および, 羽田空港の出発機の航行エリアが該当する. 着陸間隔は 9.26km 以上の間隔を保つ必要があることが決められており, 本実験でも同様の設定とする. さらに, 羽田空港の最大の到着機数は 1 時間あたりに 30 機程度であり, 本実験では 5 分に一回最適化を行うことを想定すると, 一回の最適化での出現機数は最大で 3 機となる. 図 4.1.1 の赤枠に航空機をランダムに配置し着陸順の最適化を行う.

4.1.2 評価基準とパラメータ

本実験で用いるパラメータを表 1 にまとめる. 3 手法すべて 25 試行実験し, その汎用的な結果がどうかを調べる.

表 1 パラメータ

Path Planning		Arrival Schedule Sequence	
parameter	value	parameter	value
populationsize	100	population size	100
generation	500	generation	1000
crossoverrate	1	crossover rate	1
mutationrate	0.7	mutation rate	0.3
k	15	constraint	9.26
W	10		
β	2		

4.2 結果

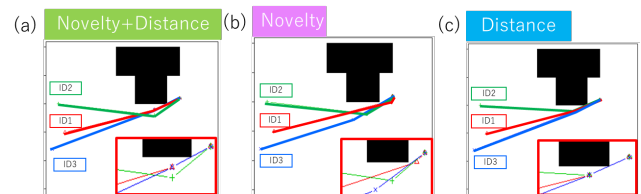


図 6 生成された経路

表 2 に, 提案手法 (ノベルティおよび経路長の 2 目的最適化), ノベルティ単目的最適化, 経路長単目的最適化の 3 手法の総経路を示す. 表 2 から経路長単目的最適化では実行不可能解が 5 試行で生成されていることから, 1 機目と 2 機目の間隔が制約条件を満たすことができないことがあるのに対し, ノベルティ単目的最適化提案手法ではすべて実行可能解であることから, 航空機同士が適切な間隔を

表 2 25 試行での総経路長の比較

	Novelty+Distance	Distance	Novelty
1	669.40	675.29	669.25
2	611.01	Infeasible	613.44
3	624.12	630.61	636.40
4	682.99	Infeasible	692.90
5	655.91	655.91	657.57
6	561.02	561.59	572.46
7	595.16	598.58	595.16
8	634.51	634.51	637.86
9	636.65	Infeasible	639.26
10	598.71	598.71	600.27
11	604.07	604.33	603.76
12	603.85	Infeasible	607.20
13	545.79	545.79	547.60
14	589.76	589.76	591.11
15	568.34	568.34	571.83
16	655.17	655.17	655.26
17	579.51	579.51	579.53
18	540.69	540.69	540.69
19	592.98	592.98	594.15
20	597.30	597.30	601.08
21	590.65	Infeasible	589.72
22	553.70	548.71	551.83
23	543.78	543.78	551.44
24	720.99	720.99	765.28
25	609.18	609.52	611.48

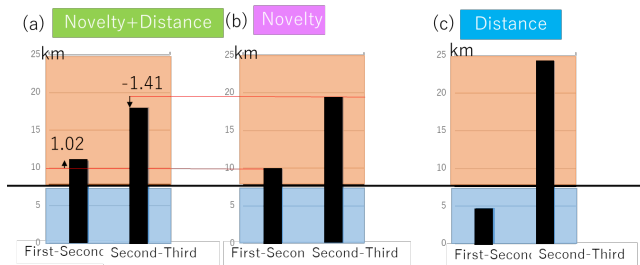


図 7 着陸間隔

維持しながら着陸順が生成できていることがわかる。また 25 試行中 11 試行で提案手法が経路長単目的最適化手法より優位である結果が得られ、ノベルティ単目的最適化手法と比較しても 19 試行で有意である結果が得られ、検定でも 0.5 % の有意水準を得られた。次に、このような結果が得られた理由を明確にするために、経路長単目的最適化手法にて着陸順が実行不可能解となった 2 試行目に焦点をあてる。図 6 は (a) から (c) において生成された経路を示しており、ID1 から ID 3 の各航空機の経路を示している。マップの上部にある、航行禁止空域を全ての方法において避けて航行しているが、生成されている経路が各手法により異なることがわかる。特に図 6(c) の経路は禁止空域に近い経路を選択し、(a),(b) はそれよりも遠い経路を選択していることがわかる。そして (a) においては ID2 が (c) よりも遠い経路を選択しており、(b) においては ID3 と ID2 の経路が (c) よりも遠い経路を選択していることがわかる。

次に、図 7 における (a) から (c) は選択された経路と航空機同士の間隔を示しており、間隔は 1 機目と 2 機目、2 機目と 3 機目を制約である、9.26km で線を引いている。まず (c) に関しては 1 機目と 2 機目に着陸する航空機の間隔が制約を満たしていないため実行不可能解となった。これは図 6 (c) で生成された経路を見てもより経路長が短い経路しか生成されていないことが起因している。次に図

6(a) と (b) の間隔を比較すると 1 機目と 2 機目の間隔は (b) の方が短くなっているが、2 機目 3 機目を比べると (a) の方が短いため、間隔が短く、より経路長の短い経路が生成され、そのような経路が着陸順として選択されていることがわかる。

5. 考察

5.1 解の最適性と多様性のトレードオフの解釈に向けて

重点サンプリングおよび、範囲制限のパラメータを変化させた場合の考察を行う。図 8 に重点サンプリングを用

$\beta=0$ (固定)

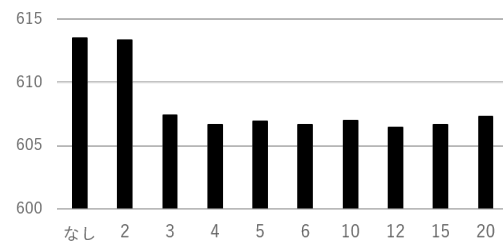


図 8 重点サンプリングを使用した場合の結果

$W=0$ (固定)

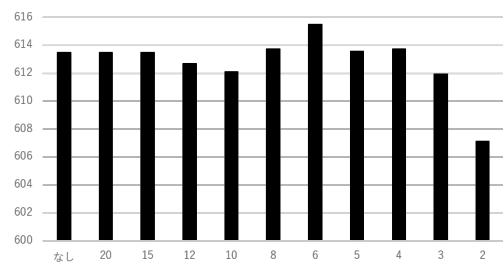


図 9 範囲制限を使用した場合の結果

いた場合の結果を示す。縦軸は全航空機 (3 機) の総経路長の 25 試行の平均を表しており、横軸は重点サンプリングを用いた場合のパラメータ α の値を表している。図 8 の横軸が 0 は範囲制限および重点サンプリングを使用しない場合での結果を表しており、全てのパラメータにおいて適切な間隔を満たす着陸順が生成されていることがわかる。パラメータが 3 以上である時は全て総経路長の平均 α がなし、2 のときに比べ低いことがわかる。また、 α が 3 以上の場合には総経路長の変化が小さく、パラメータの変化に対しての安定的であると図からわかる。次に、図 9 は範囲制限を用いた場合の結果を表しており、縦軸は図 8 と同様であり、横軸は範囲制限のパラメータ β の値を表している。図 8 に比べ総経路長の分散が大きく、 β が 6 の値の時にはどちらも使用しない場合 (横軸が 0 の時) に比べ、総経路長が大きいことがわかる。ただし、 β を下げていくと総経路長が下がっていくことがわかる。これは範囲制限によって解の探索範囲を狭めているため、有効な解の候補を保持できていると考えられる。

次に実験で使用したパラメータにおける β および W を変

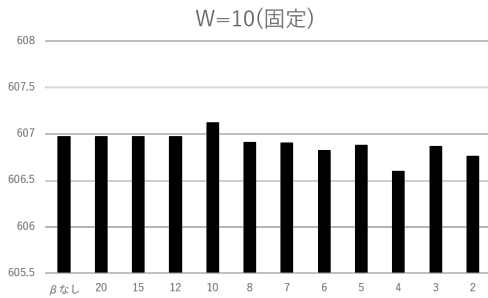


図 10 β を変化させたときの総経路長の違い

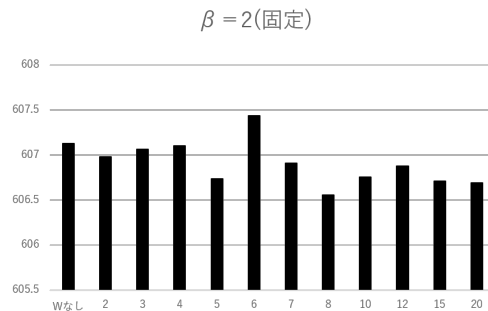


図 11 W を変化させたときの総経路長の違い

化させた場合の結果を以下に示す。5 図 10 は W を実験の時と同じ数値の 10 として β を変化させたときの総経路長の変化を表している。縦軸は 25 試行での総経路長の平均を表しており、横軸は β の値を示している。 β を変化させた場合に、 β が 10 を除いては全て総経路長が減少していることがわかる。特に範囲を 4 以下にした時に効果が表れていることがわかる。次に図 11 は β を実験値である 2 として W の変化させたときの総経路長の変化を表している。縦軸は図 10 と同様であり、横軸は W を表している。 β が 6 の時を除いては総経路長が重点サンプリングを使用しない場合に比べ性能が高くなっていることがわかる。以上のことから重点サンプリングと多様性制限を組み合わせた場合には更に総経路長を短縮することが可能であることが明らかになった。

6. まとめ

本研究では、1 つの個体としての解を進化させる通常の多点探索型進化計算 (点 = 個体 = 解候補) ではなく、複数の個体からなる解を進化させる多群探索型進化計算 (群 = 複数の個体 = 解候補) を提案するとともに進化計算において根源的な問題である最適性と多様性のトレードオフを、多群探索型進化計算にて改善することを試みた。具体的には、複数の個体を独立に進化させながら、それらの組み合わせからなる解候補 (群) を進化させる多段分散進化によって、多様な個体からの有望な解候補の組み合わせ探索を可能し、全体の最適化を実現にした。この手法は多目的進化計算手法一つである二目的の NSGA-II をベースとしており、その評価指標として「最適性」を評価する解の良さと「多様性」を評価するノベルティサーチを導入した後、

(1) 評価値の高い解の近傍を重点的に探索する重点サンプリングと (2) 評価値の高い解から離れる範囲を探索しない多様性制限を組み込むことで、最適性と多様性のトレードオフの問題を改善した。

提案手法の有効性を検証するために、航空機着陸問題 (群 = 複数の航空機の経路集合 = 解候補) に適用し、実際の空港での周辺環境を模擬したシミュレーション実験を行ったところ、次の知見を得た。まず、(1) 提案手法は、各個体を最適化しつつ全体を最適化するとともに、ノベルティのみの評価や Fitness の評価のみの手法に比べ、より最適性の高い解を獲得出来ることが明らかになった。また、(2) 多群探索型進化計算において、重点サンプリングと多 W 今度の課題としては、(1) 全体の最適性を高めるため、個体間での共進化手法により全体の組み合わせを減らすこと、(2) 重点サンプリング、範囲制限のそれぞれのパラメータである W , β の値の調整、重点サンプリングにおける重みづけの改良などが挙げられる。

参考文献

- [1] Bennell, J. A., Mesgarpour, M. and Potts, C. N.: Airport runway scheduling, *4OR*, Vol. 9, No. 2, pp. 115–138 (2011).
- [2] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE transactions on evolutionary computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197 (2002).
- [3] Goldberg, D. E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1st edition (1989).
- [4] Gomes, J., Mariano, P. and Christensen, A. L.: Devising effective novelty search algorithms: a comprehensive empirical study, *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, ACM, pp. 943–950 (2015).
- [5] Lehman, J. and Stanley, K. O.: Exploiting Open-Endedness to Solve Problems Through the Search for Novelty, *ALIFE*, pp. 329–336 (2008).
- [6] Lehman, J. and Stanley, K. O.: Evolving a diversity of virtual creatures through novelty search and local competition, *Proceedings of the 13th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, ACM, pp. 211–218 (2011).
- [7] Mouret, J.-B. and Doncieux, S.: Encouraging behavioral diversity in evolutionary robotics: An empirical study, *Evolutionary computation*, Vol. 20, No. 1, pp. 91–133 (2012).
- [8] Stanley, K. O. and Miikkulainen, R.: Evolving neural networks through augmenting topologies, *Evolutionary computation*, Vol. 10, No. 2, pp. 99–127 (2002).